MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO FINAL RACIONALIDAD ACOTADA

El efecto en la desigualdad de la segregación residencial por nivel de ingreso

Alumnos: Santiago Giró

Leandro Malchik

Profesores: Daniel Heymann

Roberto Perazzo

Martin Zimmermann

I. INTRODUCCIÓN

Los modelos computacionales permiten simular una enorme cantidad de iteraciones entre gran cantidad de individuos de manera rápida y precisa, proceso que sería sumamente complejo de calcular manualmente. Rápidamente comenzó a utilizarse para modelar e intentar resolver cuestiones de interés social, pudiendo programar comportamientos “individuales” y observando las consecuencias “globales” emergentes de la propia interacción de los mismos. En el siguiente trabajo utilizaremos esta herramienta, tomando como base dos modelos desarrollados anteriormente, para intentar echar luz sobre el efecto del comportamiento individual al momento de escoger el lugar geográfico a habitar y la distribución de riqueza agregada. En la siguiente sección haremos un breve resumen del problema a tratar. Luego, en la III sección analizaremos los dos modelos base utilizados en el trabajo. En la sección IV presentaremos nuestra versión del modelo. En la V sección presentaremos algunos de los resultados obtenidos para finalmente presentar algunas concusiones en la sección VI.

II. SEGREGACIÓN Y DISTRIBUCIÓN

Una amplia literatura intenta explicar las consecuencias de un hecho observado en prácticamente todas las civilizaciones pasadas y presentes: la segregación. Esta palabra posee un contenido negativo que la distingue del simple reconocimiento de las diferencias, ya que la segregación incluye una valoración (necesariamente subjetiva) de aquellos que consideramos diferentes. Además, la simple elección de la dimensión que utilizaremos para analizar las diferencias es en sí misma una valoración de aquellas variables que consideramos relevantes, siendo que cada individuo es único, y por lo tanto podríamos objetivamente describirnos diferente respecto a cada una de las personas que nos rodean. Las principales variables utilizadas al momento de segregar son: sexo, raza, religión, creencias políticas y estrato social.

Por otro lado, si bien lo más común es encontrar minorías segregadas, experiencias como el apartheid sudafricano muestran que si el poder se encuentra muy concentrado en algunas minorías es posible que sean éstas quienes segreguen a las mayorías, privándolas de los beneficios que aquellas gozan.

En particular, la segregación “socio-espacial” o “residencial” es un hecho frecuentemente observado en las zonas urbanas de todo el mundo moderno. Este problema ha sido estudiado tanto por sociólogos, economistas y antropólogos, todos, claro está, desde una óptica distinta. La segregación residencial se puede definir como el peso que tiene determinado atributo específico y distribuido desigualmente entre la población de un determinado territorio en la localización geográfica de dicha persona en esa área (Vignoli, 2011, Cepal). Por ejemplo, barrios en una ciudad formados según el color de piel, o el nivel de ingreso.

La segregación residencial es un fenómeno que ha ido en aumento en todo el mundo desde 1980, y se puede apreciar claramente en las ciudades latinoamericanas y Estados Unidos. Los principales determinantes de la misma son los costos de la vivienda en cada ubicación y que tan compatibles son ambos grupos. La segregación puede llegar a tener un lado positivo, porque los individuos segregados, de uno y otro lado, tiene intereses y pautas de vida en común, por lo que mezclar los grupos puede no ser lo mejor (Sabatini, 2000). Sin embargo, los efectos negativos son mucho más importantes que el positivo. Entre ellos, que si la financiación de cada comunas es descentralizada, los barrios más pobres tendrán menos recursos que las comunas de vecinos ricos, y como consecuencia en las comunas pobres los servicios serán peores, habrá más problemas de seguridad, salud y educación (Vignoli, 2011, Cepal).

La segregación en la que haremos hincapié en este trabajo es la socio-espacial o residencial, y en particular aquella provocada por cuestiones relativas al nivel de riqueza. Cuando se analiza el vínculo existente entre la distribución del ingreso (o los niveles de ingreso) y la segregación residencial, suele hacerse énfasis en el efecto que genera la primera variable en la segunda, es decir que el análisis causal suele seguir la siguiente dirección:

Distribución de la riqueza $\longrightarrow$ Segregación residencial

Nuestro trabajo busca analizar el efecto inverso, es decir cómo la segregación residencial puede potenciar las desigualdades económicas. Para ello debemos modelar una sociedad sumamente simplificada, lo cual si bien es un problema por trabajar en un nivel de abstracción tal que las conclusiones directas suelen ser poco relevantes, los efectos encontrados están limpios de cualquier otro efecto que pueda poner en duda la autenticidad de la causalidad encontrada.

III. EL MODELO DE SCHELLING Y EL MODELO DE DRAGALESCU

Para analizar el fenómeno de interés, utilizaremos dos modelos computacionales base que explicaremos muy brevemente. Estos son: el modelo de segregación residencial desarrollado por Thomas Schelling en 1971, y el modelo de distribución del ingreso, desarrollado por Dragalescu y Yakovenko en 2000.

III. A. Modelo de Schelling

La motivación original de Schelling al desarrollar el modelo fue analizar la relación existente entre el comportamiento individual de los agentes al momento de decidir el lugar donde residir y la formación de barrios segregados o ghettos, fenómeno ampliamente observado en las grandes urbes. Lo que Schelling buscaba era determinar si la formación de este tipo de barrios estaba directamente relacionada con las preferencias de los agentes por vivir en una situación de semejante segregación.

Su modelo se basó en un conjunto de autómatas celulares dispuestos en una grilla de dos dimensiones, representando una imagen aérea de la localización de los mismos. La versión que tomaremos aquí no es la original, sino una simplificación de la misma presentada en Heymann, Perazzo y Zimmermann (2014). Cabe destacar que la utilización de modelos computacionales para estudiar este tipo de problemas requiere de simplificaciones que no deben ser mal interpretadas, es evidente que esto no agota el problema en absoluto sino que aporta un pequeño paso para su definición y explicación. Las características principales son las siguientes:

- Dos tipos de agentes representados por autómatas celulares de dos colores distintos se disponen aleatoriamente en la grilla de partida.
- Los bordes de la grilla están identificados de forma tal que mantengan la topología del toro y todos los autómatas (o agentes) presenten la misma cantidad de "vecinos" como se explica.
- La cantidad de agentes de un color y otro será aproximadamente la misma, aunque esto no sea necesariamente así en todas las replicaciones.
- La vecindad de cada agente está definida por los 8 agentes que lo rodean.

En el modelo original los agentes poseen preferencias por pertenecer a la mayoría, de manera tal que conforme la cantidad de vecinos de igual color a un individuo cualquiera aumente, aumentará su nivel de satisfacción. La dinámica es la siguiente:

1) El ordenador selecciona dos agentes y mide su nivel de satisfacción en base a la cantidad de vecinos del mismo color.
2) Si ambos están por debajo de un umbral determinado (análogo del "grado de aversión" por el otro color), se consideran "insatisfechos" y realizan un intercambio de posiciones, pasando uno a ocupar el lugar del otro.
3) Este procedimiento es repetido un número muy grande de veces.

Lo que encontró Schelling fue que un comportamiento que implique una ligera preferencia por pertenecer a la mayoría, en el largo plazo (tras muchas iteraciones) genera grandes áreas de predominio de uno u otro color o dicho de otro modo, pueden generarse ghettos aun cuando no sea cierto que los agentes prefieran que éstos existan. No es muy difícil encontrar casos donde esto es plausible. Pensemos en agentes que quisieran tener a 1 de sus 8 vecinos del color opuesto (por ejemplo porque poseen preferencias por la diversidad cultural) pero a su vez prefieran ser mayoría, con lo cual no pueden evitar que sus vecinos del color opuesto quieran huir de sus barrios y se termine transformando en un ghetto. Aún más, conforme aumente el "grado de aversión" por el color opuesto, puede darse el caso en que dos individuos intercambien posiciones y pasen a encontrarse peor que en la situación previa. Este es el caso de dos individuos que se encuentren "insatisfechos" por tener un solo individuo del otro color y cambien de posición pasando de ser amplia mayoría a amplia minoría.

Es de esperar que problemas como el recientemente expuesto sea resuelto incrementando el número de iteraciones. Sin embargo esto puede no resolverse nunca y en esos casos es necesario determinar un número de iteraciones donde detenerse. Los sistemas donde este problema no puede ser resuelto (nunca todos se encuentran satisfechos) se denomina "sistema frustrado". En nuestro trabajo esto no presenta gran relevancia ya que este modelo es utilizado en un número de iteraciones previamente determinado independiente de los necesarios para alcanzar el estado estacionario.

III. B. Modelo de Dragalescu

La creciente complejidad en la administración pública generó que desde el siglo XVIII se volviera necesario la recopilación de datos sobre variables consideradas relevantes, siendo en un comienzo exclusivamente de dominio público, para luego gozar de libre disponibilidad. Fue en estos años cuando comienza a utilizarse el término "estadística".

Lo novedoso de esta serie de sucesos fue que se encontraron patrones de comportamiento que presentaban ciertas regularidades, hecho que generó toda clase de explicaciones científicas y míticas. Años más tarde, los estudios en física que tenían por objetivo sintetizar en una sola teoría las leyes de la termodinámica y la mecánica newtoniana sentaron las bases de la mecánica estadística, incipiente campo que intentaba explicar comportamientos agregados a partir de las características individuales de las partículas que conforman el sistema, centrando su atención en la conducta de los gases.

Los desarrollos teóricos de la mecánica estadística incentivaron su utilización para entender y explicar fenómenos de agregados sociales, tarea que si bien ha sido muy simplificada por los avances computacionales, resulta sumamente dificultosa y controversial por las diferencias en la propia naturaleza de sus componentes individuales. Esta visión es denominada "visión atomista" de la sociedad, aunque lo relevante es que a partir de las características individuales de los componentes pueden encontrarse determinadas distribuciones de probabilidades que permiten enfocarse en el comportamiento colectivo y abstraerse de los detalles que lo conformaron.

Este enfoque se ve reflejado en el modelo presentado por Dragalescu (2003), quien busca encontrar en las propias leyes de la física de gases desarrolladas previamente por Gibbs, la causa de un patrón común observado en la distribución del ingreso en las distintas sociedades modernas, esto es la existencia de una cola larga y fina hacia la derecha y una cola ancha hacia la izquierda, lo que resulta en una media del ingreso mucho mayor a la mediana. Gibbs, al estudiar la distribución de probabilidad de las configuraciones de los gases, estableció que:

$$P(X_i) = \frac{e^{-\beta E(X_i)}}{Z_\beta}$$

Siendo $P(X_i)$ la probabilidad de que ocurra una determinada configuración y $Z_\beta = \sum_i e^{-\beta E(X_i)}$.

Dragalescu diseñó un modelo conformado por ***n*** individuos, donde cada uno posee $\boldsymbol{m_i}$ riqueza inicial. Un ordenador elige a dos de ellos aleatoriamente y los somete a una "lotería" donde cada uno va a apostar una suma determinada también estocásticamente. El ganador se lleva todo lo apostado por ambos y el perdedor se lleva cero. En caso de que uno de los dos jugadores no pueda afrontar la apuesta, quedan liberados y se prosigue con la elección de otros agentes. Esta situación es análoga al choque de dos moléculas de un gas determinado y presenta como característica el ser "juegos de suma cero", es decir que lo que pierde uno (sea dinero en el caso de los agentes económicos o energía en el caso de los gases) es igual a lo que gana el otro, conservando en un caso la riqueza media de la sociedad y en el otro garantizando el principio de conservación de la energía. Basado en el problema de maximización de la entropía, y dado que los sistemas tienden a presentar configuraciones de máxima entropía, sugirió que la única distribución de probabilidades que satisface esa “restricción” es la distribución de Gibbs, donde la riqueza media de los agentes desempeñaría el rol de la inversa de la temperatura en la ecuación aplicada a los gases.

Al comenzar todos tienen la misma riqueza, lo que se corresponde con una medida entropía igual a cero. Luego, los jugadores comienzan a apostar y se conforma una campana gaussiana con media igual a $\boldsymbol{m_i}$. Tras muchas iteraciones, algunos individuos quedan en bancarrota y la campana comienza a deformarse ensanchándose la cola izquierda y pareciéndose cada vez más a una distribución de Gibbs. El supuesto de no negatividad es fundamental ya que, si se permitiera el mercado de crédito libre, la función gaussiana no se deformaría y algunos individuos se encontrarían “endeudados”.

IV. EL MODELO

Como explicamos anteriormente, nuestro trabajo busca comprender los efectos de la segregación residencial en la distribución del ingreso. Para ello modificamos el modelo de Dragalescu y el modelo de Schelling y los sometimos a distintas iteraciones.

Supuestos del modelo

- Existe entonces un conjunto de N^2 agentes dispuestos en una grilla bidimensional (N,N).
- Todos los agentes poseen la misma riqueza inicial m_i^*
- La riqueza de los agentes puede tomar un continuo de valores dentro del conjunto $[0,N^* m_i]$
- Hay dos clases de loterías:
  a) En el primer tipo, los agentes apuestan un valor aleatorio del intervalo [0,1]
  b) En el segundo tipo, los agentes apuestan una porción σ de la riqueza del individuo de menor patrimonio entre ambos.

  Debe notarse que la lotería b deja no operativa la restricción de no negatividad en el patrimonio de los agentes, ya que al apostar siempre una porción establecida del ingreso, el dominio quedará reducido a (0,M) siendo $M < N^*. m_i$
- Los agentes poseen preferencias por convivir con individuos de su mismo "estrato social". En su forma más simple y abstracta, la función de utilidad puede ser representada como:

  $$U_i = \varphi(\dots) - k \left\| m_i - \frac{\sum_i^8 m_v}{8} \right\|$$

  Siendo $\varphi(\dots)$ una función genérica dependiente de todas las otras variables que pueden afectar el nivel de utilidad, y el otro término refleja la diferencia de riqueza entre el individuo m_i y el promedio de sus 8 "vecinos" m_v, multiplicada por una constante k.

Para simplificar, suponemos dos estratos: "bajos ingresos" compuesto por aquellos cuya riqueza se encuentra por debajo de la media m^* y "altos ingresos" compuesto por el resto de los sujetos. La función de utilidad expuesta sólo es útil para entender la lógica que seguimos al momento de computar la satisfacción de los agentes, ya que su valor específico carece de relevancia y lo que realmente importa es si supera o no el valor del umbral establecido, como se verá más adelante.

Este supuesto no intenta presuponer que los individuos solo miran el nivel de ingreso de sus vecinos a la hora de elegir su hogar, sino que refleja el hecho estilizado que indica que el nivel de ingreso es un factor sumamente importante a la hora de determinar donde vivirá cada individuo. Dicho de otro modo: refleja la causalidad distribución del ingreso-segregación en el otro sentido que, como se ha mencionado en la introducción del trabajo, ha sido el más estudiado y verificado.

En la práctica, son muchas las explicaciones que pueden encontrarse para determinar por qué los ricos viven en barrios de ricos y los pobres en barrios de pobres. La explicación más evidente es que cualquier individuo quisiera vivir rodeado de ricos, pero a algunos su restricción presupuestaria le impide afrontar el costo de un inmueble en una zona más rica.

Bien puede pensarse que en muchos casos resulta de una verdadera elección de los individuos. Los ricos preferirán vivir en barrios ricos porque el hecho de que sus vecinos sean ricos genera externalidades positivas, sea porque poseen más poder para conseguir mejores servicios o porque disfrutan de estar rodeados de casas más lindas. Además no resulta extraño que prefieran estar rodeados por personas más afines a ellos, con quienes compartan gustos, experiencias, etc.

Sin embargo, existe una amplia literatura encargada de estudiar los casos de barrios marginales, donde algunos ricos compran amplios inmuebles atraídos por los precios bajos. En principio puede pensarse que es un hecho positivo que revalorizará al barrio. Aun cuando esto sea cierto, existe una externalidad negativa sobre el vecindario que se evidencia con el aumento generalizado del nivel de precios en la zona. Los individuos pobres, aun cuando sus inmuebles se hubieren apreciado, sufren un problema de liquidez por no poder hacer frente a sus gastos cotidianos como lo hacían antes, y deben abandonar la zona, migrando hacia barrios que no hayan sufrido la misma problemática. Esto hecho es conocido como "gentrificación" y tuvo una atención muy grande a partir de la década del `60 (Smith, 1979).

Dinámica del modelo

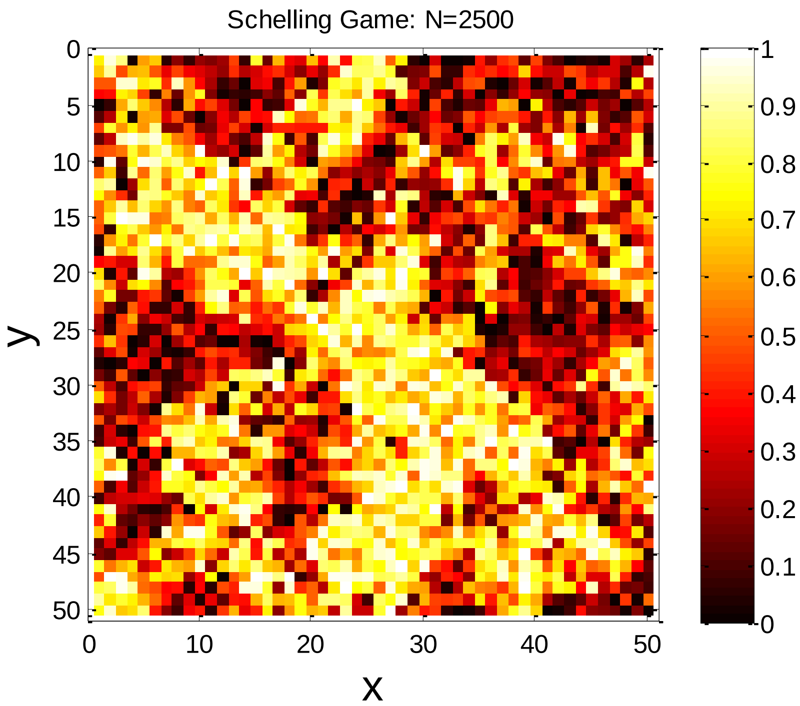
La dinámica del modelo es la siguiente:

1) Se elige un agente al azar y se lo somete a algún tipo de lotería "a" o "b" frente a alguno de sus 8 "vecinos", elegido también de manera aleatoria. Este proceso se repite un número determinado de veces, que denominaremos l_d (loterías de Dragalescu).
   Es importante aclarar que estas nunca son mixtas, es decir que se aplica una o la otra, de manera que nunca un individuo pueda participar de ambas loterías.
   El hecho de que las loterías se jueguen entre un individuo y otro de su vecindad intenta remarcar el hecho de que gran parte de las actividades económicas están estrechamente relacionadas con el la zona geográfica que el agente habita.
2) Una vez finalizadas las loterías, se permite a los agentes realizar mudanzas. Para ello, se seleccionan dos agentes al azar y se computa su utilidad (satisfacción). Si ambos no superan un determinado umbral de satisfacción, se consideran "insatisfechos" e intercambian sus lugares. Este proceso también se realiza un número determinado de veces que identificaremos con el término m_s (mudanzas de Schelling).
3) Se realizan los pasos anteriores tantas veces como se desee, y se computan resultados de interés que permitan comparar las consecuencias en la distribución del ingreso, de la aplicación de las mudanzas de Schelling en el modelo de Dragalescu.

V. RESULTADOS

En primer lugar, lo que hicimos fue modificar el modelo de Schelling para que permita al ingreso tomar valores continuos dentro de un conjunto. Habiendo realizado estas modificaciones, el gráfico resultante se representa a través de una gama de colores que va desde el individuo más rico al más pobre.

FIGURA 1

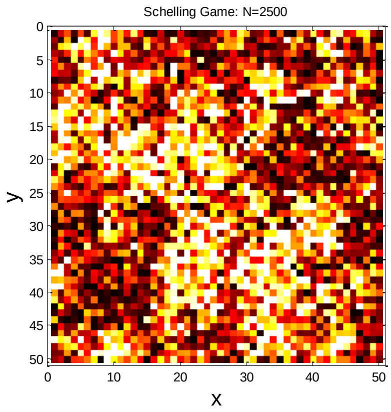


La figura 1 corresponde a un juego de Schelling donde cada individuo parte con una riqueza aleatoria ubicada en el intervalo (0,1), sin la aplicación de loterías de Dragalescu, con lo cual se mantienen los valores en ese rango como lo indica la escala a la derecha del gráfico. Como se ve, siguiendo las preferencias por convivir con agentes de ingresos similares, se generan zonas ricas (amarillas-blancas) y zonas pobres (rojas-negras).

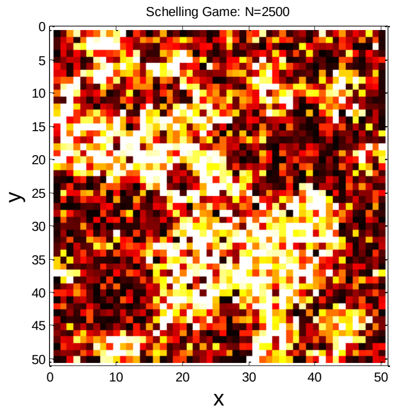
Luego, al incluir loterías de Dragalescu secuenciadas con las mudanzas de Schelling, obtenemos valores más altos a uno, aunque por la restricción de no negatividad, se mantiene la cota en cero.

FIGURA 2.

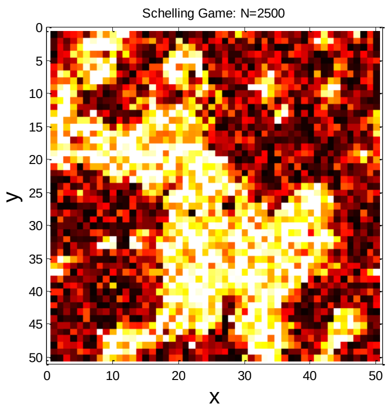
a)



b)



b)



La figura 2 muestra el resultado de una cantidad determinada de mudanzas de Schelling tras la primera ronda de aplicación de loterías de Dragalescu de 25000 iteraciones (a), luego de la segunda ronda de loterías de 25000 iteraciones (b) y luego de la tercera ronda (c). Como se esperaba, la desigualdad en el ingreso generada por las loterías genera aún más polarización y las manchas en la figura se vuelven menos confusas.

Por otro lado, la modificación del modelo de Dragalescu podría generar cambios en la distribución del ingreso por el simple hecho de que en el nuevo modelo las apuestas son exclusivamente entre vecinos. Para ver el efecto, comparamos ambos modelos sin permitir mudanzas entre medio. Si la cantidad de apuestas fuera pequeña (por ejemplo igual al número de jugadores) no deberíamos encontrar variaciones, aunque cuando aumentamos a 125000 iteraciones, los resultados podrían cambiar. Sin embargo, no encontramos diferencias significativas en los valores de las variables escogidas para la comparación, como se ve en las dos primeras filas de la tabla 1.

TABLA 1.

Modelo de loterías aplicado	Entropía	Mediana	Max	P(m<0.01)	P(m<0.1)	Promedio 100 más ricos
Base / al azar	3.365	0.4091	2.2647	0.0152	0.1560	1.5989
Base / entre vecinos	3.375	0.4010	2.2815	0.0160	0.1500	1.5696
10% del ingreso/entre vecinos	3.141	0.3813	2.8243	0.0004	0.1264	1.5930

Al comparar el modelo de Dragalescu en su versión de apuestas determinadas como una fracción de la riqueza (Figura 3) frente a su versión de apuestas de valores aleatorios (Figura 4), encontramos algunas diferencias en la distribución del ingreso.

Como se ve, el hecho de que las apuestas de los más pobres sean menores cuanto más pobre son, hacen que la probabilidad de encontrar individuos muy pobres sea menor, esto puede ser chequeado comparando últimas dos filas de la tabla 1, en la 5ta y 6ta columna. Además reduce el nivel de riqueza máximo en más de un 20%. Sin embargo, estos resultados no son robustos a apuestas de un ratio superior al 10%. En particular hemos probado casos con ratios mayores como el 40% y encontramos que la desigualdad aumenta significativamente a extremos, con lo cual el efecto sería en esos casos absolutamente desigualador.

FIGURA 3.

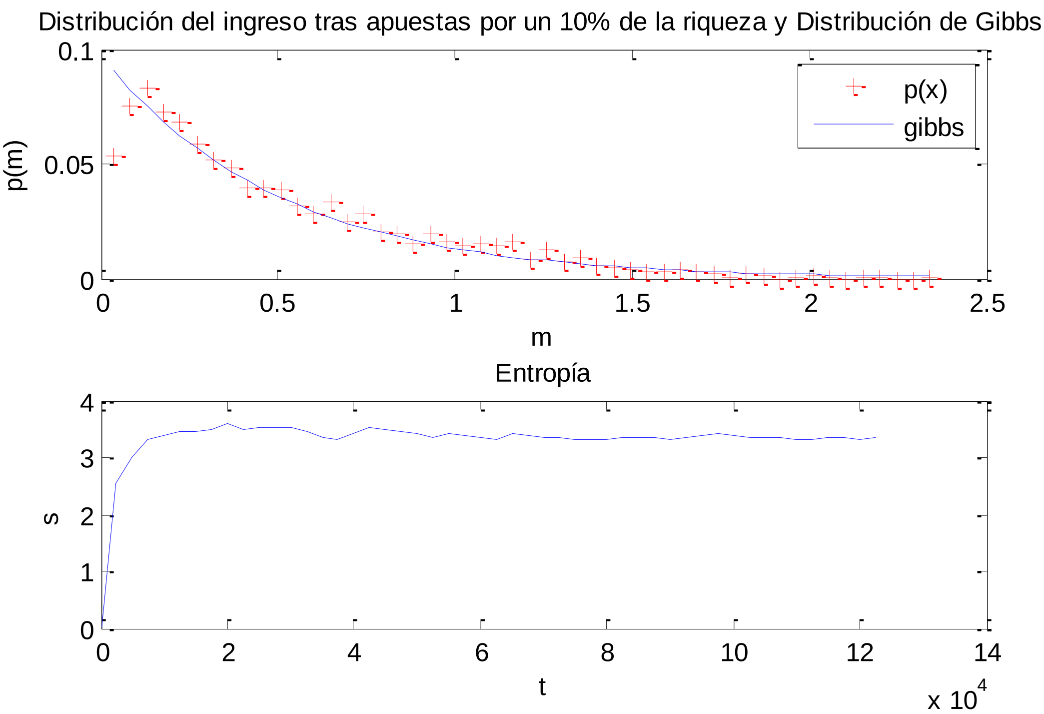
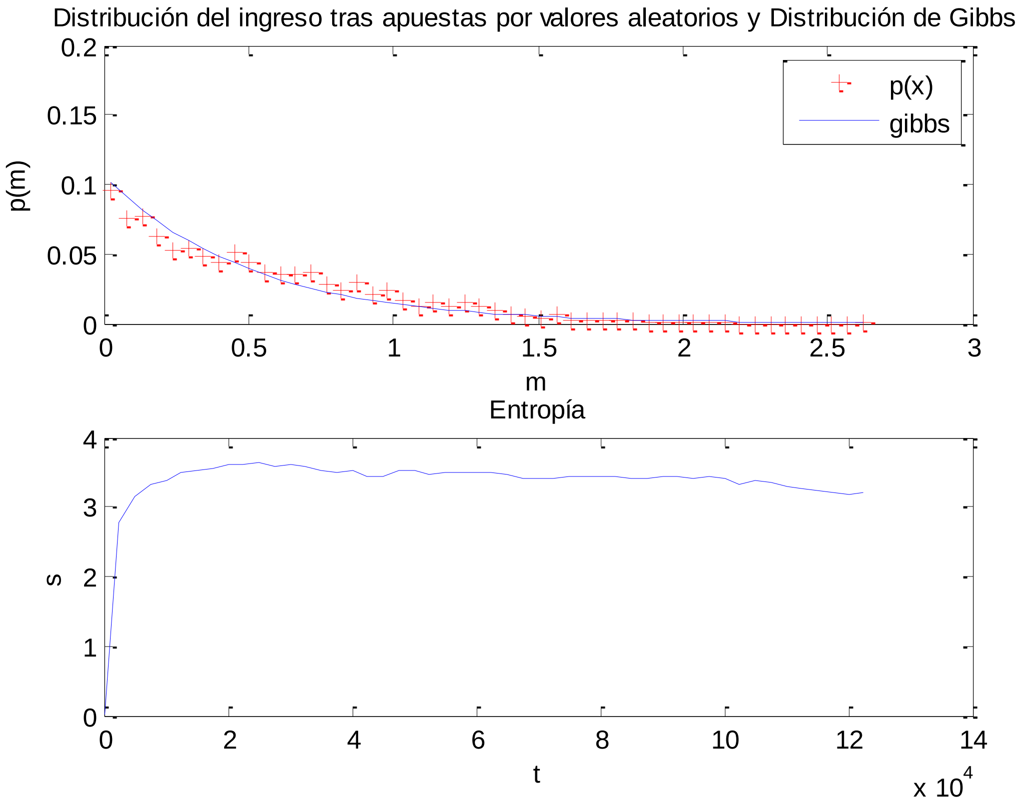


FIGURA 4.



Por último lo que hicimos fue comparar cada una de las loterías aplicando mudanzas de Schelling entre medio de las iteraciones. Los resultados se pueden observar en la Tabla 2. Los escenarios base corresponden a los de la Tabla 1, en los cuales no se permitían mudanzas. Luego se realiza la misma cantidad de apuestas pero deteniendo el proceso en 4 momentos distintos donde los agentes pueden realizar rondas de mudanzas. Tomamos dos casos para apreciar mejor el efecto de las mismas. En un caso permitimos 9 mil mudanzas y en otro caso 30000 por ronda. En todos los casos utilizamos el mismo umbral de satisfacción, como se puede ver en la programación del apéndice.

En el caso base (primeras tres filas) se observa un claro efecto de las mudanzas como potenciadoras de la desigualdad de la riqueza, tanto en los valores de la mediana (recordemos que la media se mantiene fija en 0.5) como en los valores máximos de niveles de ingreso. La probabilidad de encontrar individuos con menos de una quinta parte de la media (0.1) aumenta desde un 15% a un 20% entre el modelo sin mudanzas y aquel que permite 80 mil mudanzas por ronda.

Para el modelo de apuestas proporcionales a la riqueza, los efectos parecen ser algo más difusos. Si bien la mediana cae ligeramente, y el promedio de ingreso de los 100 individuos más ricos aumenta, la probabilidad de encontrar sujetos con patrimonio menor a 0.1 se reduce conforme aumentan las mudanzas y el máximo ingreso no presenta cambios significativos.

TABLA 2.

Modelo de loterías aplicado	Entropía	Mediana	Max	P(m<0.01)	P(m<0.1)	Promedio 100 más ricos
Base / sin mudanzas	3.375	0.401	2.2815	0.016	0.15	1.5696
Base / 4 iteraciones de 9000 mudanzas	3.324	0.3862	2.2777	0.0284	0.1916	1.6467
Base / 4 iteraciones de 80000 mudanzas	3.122	0.3521	2.7041	0.0248	0.2096	1.7404
10% de m_i/sin mudanzas	3.141	0.3813	2.8243	0.0004	0.1264	1.593
10% de m_i / 4 iteraciones de 9000 mudanzas	3.134	0.3772	2.8581	0.0004	0.1024	1.8244
10% de m_i / 4 iteraciones de 80000 mudanzas	3.143	0.376	2.8511	0.0008	0.0972	1.866

VI. CONCLUSIONES

Como concusiones principales podemos tomar las siguientes:

1) El hecho de modificar el modelo de Dragalescu para que las apuestas se realicen con su “vecindad” no genera en sí mismo ningún cambio significativo en la distribución del ingreso.
2) Loterías que generen apuestas como porcentaje del nivel de riqueza (siempre que esta sea una fracción no mucho mayor al 10%) generan una distribución del ingreso algo más igualitaria.
3) La inclusión de mudanzas de Schelling en el modelo de Dragalescu, potencia claramente la desigualdad del ingreso en el caso base, con apuestas iguales a un número aleatorio.
4) No es claro el efecto de la inclusión de mudanzas de Schelling en un modelo de Dragalescu donde las apuestas sean proporcionales al nivel de ingreso.

APENDICE

MODELO DE SCHELLING

```
function nn = schelling (NO, thresh)

global U N ;

thresh = 5;
step    = 150;
rand('state',0);
N = 50;


titulo = ['Schelling Game: N=', num2str(N*N)];

U = 0.5*ones(N,N);

rondas=0
while rondas<=4,

film = imagesc(U,[0 1]);
   axis off; axis square; axis on;
   title(titulo);
   xlabel('x','fontsize',16);
   ylabel('y','fontsize',16);
   axis([0 N+1 0 N+1]);


i=1;
while i<=30000,

   i

   % selecciona el primer agente
   one = round(rand(1,2)*(N-1))+1;
   x1 = one(1); y1 = one(2);

   % selecciona al segundo agente y mide satisfacción.
   two = round(rand(1,2)*(N-1))+1;
   x2 = two(1); y2 = two(2);

   % computar satisfaccion
   if U(x1,y1) ~= U(x2,y2)
    sat1 = measures_satisfaction(one,x1,y1);
    sat2 = measures_satisfaction(two,x2,y2);

    if sat1 < thresh && sat2 < thresh
```

```
        temp = U(x1,y1);
        U(x1,y1)=U(x2,y2);
        U(x2,y2)=temp;
      end;
     end;
     if (mod(i,step)==0)
       set(film,'cdata',U);
       drawnow
    end
    i=i+1;

end

   [U] = gibbs_para_schelling_base(U,N,10)

   rondas=rondas+1;


end

%AL FINALIZAR, COMPUTAR ALGUNOS RESULTADOS%

  y_menor_a_10_ctvs=sum(sum(U<0.1))/(N*N)       %Porcentaje de
individuos que poseen menos de 10 centavos de riqueza

  y_menor_a_1_ctv=sum(sum(U<0.01))/(N*N)         %Porcentaje de
individuos que poseen menos de 1 centavo de riqueza


  Mediana_Y=median(reshape (U,1,2500))      %Mediana del ingreso
  Media_Y= mean2(U)                         %Media del ingreso

  U_descend=sort(reshape (U,1,2500),'descend');              %Ordena
descendientemente las riquezas
  MAX_100_avg=mean( U_descend(1:100))      %Riqueza promedio de los
100 individuos mas ricos
  MAX=max(max(U))




function sat = measures_satisfaction(one,x1,y1)

   global U N; %declara variables globales

   xl = mod(x1-2,N)+1; % index left         % mod (a,b) es el resto
luego de dividir a/b
   xr = mod(x1,N)+1;    % index right
   yb = mod(y1-2,N)+1; % index bottom
   yt = mod(y1,N)+1;    % index top
```

```
   % mide el ingreso de todos los vecinos.
   neig = U(xl,y1) + U(xr,y1) + U(x1,yb) + U(x1,yt);
   neig = neig + U(xl,yb) + U(xl,yt) + U(xr, yb) + U(xr, yt);

   % definición de satisfacción
   if U(x1,y1) < 0.5
    sat = 8-neig;
   else
    sat = neig;
   end;
```

MODELO DE DRAGALESCU

```
function [m,g, hx, s] = gibbs(m_ini, N, tim_total)

m_step    = 0.1;
m         = m_ini
out_steps = N*N;
num_bins  = 50;

figure(1)

s       = [];
tim     = 0;

while tim < 25000

   one = round(rand(1,2)*(N-1))+1;
   x1 = one(1); y1 = one(2);

   xl = mod(x1-2,N)+1;
   xr = mod(x1,N)+1;
   yb = mod(y1-2,N)+1;
   yt = mod(y1,N)+1;

up    = one

   neigh=randi(8)

   if neigh == 1,
   down=[xl,y1];
    elseif neigh == 2,
    down=[xr, y1];
    elseif neigh==3,
    down=[x1,yb];
    elseif neigh==4,
    down=[x1,yt];
    elseif neigh == 5,
    down=[xl,yb];
    elseif neigh == 6,
```

```
    down=[xl, yt];
    elseif neigh==7,
    down=[xr,yb];
        else
        down=[xr,yt];
   end


   dm      = m_step*rand(1,1);

   if m(down(1), down(2)) < dm,
       continue
   end

   m(up(1), up(2))    = m(up(1), up(2)) + dm;
   m(down(1),down(2)) = m(down(1),down(2)) - dm;


   if mod(tim, out_steps) == 0

        [tim, sum(m)]

        % Computar entropía
        [h, hx] = hist(m, num_bins);
        p  = h/sum(h);
        xx = find(p > 0);
        s = [s; tim, -sum(p(xx).*log(p(xx)))]  %formula de entropia

        drawplot(p, s, h, hx, 0.5);
   end
   tim = tim + 1;
end


[h, hx] = hist(m, num_bins);
p = h/sum(h);

g = drawplot(p, s, h, hx, m_ini)

end



function g = drawplot(p,s,h,hx,m_ini)

    g  = exp(-hx/0.5)/sum(exp(-hx/0.5));

    subplot(2, 1, 1)
    title('Comparison between random lottery process and Gibbs
distribution');
```

```
    plot(hx, p,'r+', hx, g,'b')
    semilogy(xx, h/sum(h),'r+', xx, exp(-xx/m_agent)/sum(exp(-
xx/m_agent)),'b')
    xlabel('m'); ylabel('p(m)');
    legend('p(x)', 'gibbs');
    subplot(2,1,2)
    plot(s(:,1), s(:,2), 'b')
    xlabel('t'); ylabel('s');
    drawnow;

end
```

BIBLIOGRAFÍA:

Bischoff, K. y Reardon, S., (2013) Residential Segregation by Income, 1970-2009, Stanford University

Dragalescu, A. A.: (2003), Applications of physics to economics and finance: Money, income, wealth, and the stock market.

Dragalescu, A. and Yakovenko, V. :(2000), Statistical mechanics of money, Eur. Phys. J. B 17, 723-729.

Dragalescu, A. and Yakovenko, V.: (2001), Evidence for the exponential distribution of income in the USA, Eur. Phys. J. B 20, 585{589.

Heymann D., Perazzo R., Zimmermann M. (2014); “Economía de Fronteras Abiertas”, Ed Teseo.

Rodríguez Vignoli, J. (2001) “Segregación residencial socioeconómica: ¿Qué es?, ¿Cómo se mide?, ¿Qué está pasando?, ¿Importa?”, Santiago de Chile, CEPAL/ECLAC Serie Población y Desarrollo.(LC/L.1576-P) N°S.01.II.G.54

Schelling Thomas C. (1971): Dynamic models of segregation, The Journal of Mathematical Sociology 1:143-186.

Smith, N. (1979) “Toward a theory of gentrification: a back to the city movement by capital, not by people”. Journal of the American Planning Association, vol. 45