

***Comportamientos Heurísticos en un  
Mercado con Información Local***

***Juarros Pedro  
Vanzetto Franco***

***Diciembre 2011***

## 1. Introducción

La percepción o la interpretación de la *incertidumbre* sobre el futuro de las variables macroeconómicas es uno de los principales factores con la que las personas deben lidiar. Las decisiones de consumo, inversión y endeudamiento se basan (implícita o explícitamente) en una proyección de oportunidades *futuras* basadas en un *conocimiento imperfecto* del ambiente en el que se toman las decisiones. La interpretación del ambiente en el que se desenvuelven los agentes es central para analizar la estabilidad y dinámica del sistema.

En este sentido, uno de los campos menos explorados en la teoría económica son los efectos que poseen las expectativas irracionales o la racionalidad limitada de los agentes de la economía sobre el entendimiento de las propiedades dinámicas de los equilibrios y la transición hacia los mismos. El compromiso de los economistas con la teoría del equilibrio hace que se modele a los agentes como tomadores de decisiones óptimas dentro de un ambiente que es completamente comprendido por el agente<sup>1</sup> (Sargent, 1993).

Los modelos con Expectativas Racionales imponen dos requerimientos a los agentes del modelo: 1) el comportamiento de cada agente resulta de un problema de optimización de una función objetivo sujeto a restricciones percibidas y, 2) que esas restricciones percibidas por todos los agentes del modelo sean mutuamente consistentes (lo que significa que la ley de movimiento percibida coincide con la ley de movimiento realizada efectivamente). Las decisiones de un agente afectan las restricciones presupuestarias de otros agentes por lo que para que se satisfaga la consistencia, implícitamente se requiere que las personas se formen expectativas acerca de las decisiones del resto, del proceso mismo por el cual se toman las decisiones e incluso de sus propias expectativas. Entonces, expectativas racionales es un concepto de equilibrio que viene a reducir este complejo proceso de expectativas de expectativas de expectativas... mediante el supuesto de conocimiento común, por lo que las expectativas racionales se podrían caracterizar como un punto fijo que va desde los esquemas de formación de expectativas individuales a las distribuciones de probabilidades observadas de las variables, caracterizando comportamientos en los que no se cometen errores sistemáticos ya que se cuenta con la correcta distribución de probabilidades, por lo que el proceso de aprendizaje está completamente realizado, es decir es trivial o ya concluyó (Sargent, 1993). Bajo expectativas racionales no hay lugar para “promesas rotas”, es decir incumplimientos de

---

<sup>1</sup> Irónicamente, cuando se elimina el supuesto central de que el contexto es entendido por el tomador de decisiones, la racionalidad limitada de los agentes introducida en los modelos en consecuencia hace que los analistas deban ser más sofisticados y talentosos, porque este tipo de modelos se convierten en todavía más demandantes de conocimiento matemático y econométrico.

contratos, ya que todas las contingencias fueron tenidas en cuenta al momento de tomar decisiones.

A la hora de implementar prácticamente este tipo de modelos se requiere más conocimiento que el que poseen los agentes en el modelo (ya que usan la verdadera distribución de probabilidades y la incorporan a su problema de optimización intertemporal) por parte de los econométricos que deben estimar los parámetros relevantes, cuestión que el agente en el modelo ya resolvió óptimamente. La literatura de racionalidad limitada generalmente ha mantenido el supuesto de racionalidad individual pero ha levantado el supuesto de consistencia de planes agregados que afecta el conocimiento del ambiente del modelo por parte de los agentes y, lo reemplaza con algún algoritmo heurístico para representar la regla de decisiones del agente y su evolución en el tiempo. En consecuencia introducen agentes que aprenden acerca de la naturaleza del modelo comportándose como *econometristas*, implicando que los agentes, dado que conocen la forma funcional de las variables relevantes, aprenden acerca de la verdadera distribución de probabilidades estimando los parámetros y la ley de movimiento del modelo con la información pasada y con cada nuevo dato que se agrega mediante regresiones por mínimos cuadrados<sup>2</sup>. Por esta razón se ha denominado a esta técnica Aprendizaje Adaptativo Económico (Sargent, 1993; Evans y Honkapohja, 2001). Este tipo de literatura se concentra en la determinación de las condiciones de estabilidad del sistema y la convergencia o no del algoritmo de aprendizaje hacia el equilibrio resultante bajo expectativas racionales.

Recientemente, algunos autores han afirmado que el aprendizaje no proviene de regresiones estadísticas de ningún tipo, sino que aprenden de la transmisión de información persona a persona. Parafraseando a Charles Goodhart, “le preguntas a tu tío” para obtener información que te ayude a tomar decisiones. Esto implica que las opiniones económicas pasan de persona en persona según las características del entorno, dejando a diferentes personas con distintas creencias la mayoría de las veces. Esto puede entrar en conflicto con los modelos tradicionales en los que se postulan que el comportamiento y las expectativas son homogéneas (Bullard, 2006). Este trabajo intenta usar parte de esta lógica de la transmisión de información en entornos reducidos aplicándola en un contexto en el que las firmas en un mercado deben decidir precios sin conocer la demanda agregada ni la cantidad de firmas que conforman el mercado, sujetas a una restricción de capacidad. En este ambiente de información incompleta las firmas pueden observar el comportamiento de sus vecinos y

---

<sup>2</sup> Se revisan los parámetros previamente estimados en función de la diferencia existente entre el dato actual de la variable dependiente y el valor previsto según la ecuación que utiliza los valores de los parámetros pasados, con una ponderación decreciente de las futuras discrepancias (Evans y Honkapohja, 2011).

extraer información sobre los parámetros para la fijación de precios. De esta forma, introducimos aprendizaje basado en los vecinos.

En este trabajo destacamos al aprendizaje como el proceso que genera evolución en los comportamientos de los agentes, haciéndolos depender del conjunto o parte de experiencias pasadas y de los procedimientos que se utilizan para procesarlas<sup>3</sup> (Heymann, 2007). Como dijimos, nos centramos en el proceso de determinación de precios en un modelo con información incompleta y restricciones de capacidad, en el que los agentes poseen “reglas de aprendizaje” (heurísticas) que mapean la historia pasada del juego (o una parte del mismo) con lo que hará a continuación (Anderlini y Ianni, 1996). Esto implica que se va aprendiendo a medida que se desarrolla el “juego” y además, que la forma en que se juega el juego evoluciona con el paso del tiempo.

Mediante comportamientos de aprendizaje el sistema es capaz de converger a estados donde el grado de afluencia se acerca al máximo aceptable. Esto ocurre a partir de un proceso colectivo donde las acciones se van adaptando unas a otras sin que en la estrategia de prueba y error deban satisfacerse condiciones fuertes sobre la capacidad de previsión de los agentes o sobre sus mecanismos de decisión (Heymann, 2007).

En una variedad de contextos, los agentes individuales deben decidir un curso de acción sin estar completamente informados acerca de las verdaderas consecuencias de su accionar bajo diferentes opciones. Con el paso del tiempo aprenden sobre sus experiencias pasadas e intentan obtener información de la experiencia de un *entorno cercano* que mejore el entendimiento de los pagos verdaderos de sus acciones (Bala y Goyal, 1998). La literatura ha introducido en los modelos formas de relación entre un agente y sus vecinos como forma de *extraer información* relevante del ambiente en un contexto de *información incompleta*. Esto significa que las reglas de aprendizaje incorporan información de los vecinos cercanos (los agentes aprenden de los vecinos y de sus propias experiencias). Esto podría racionalizarse como que se toma información de un entorno cercano porque es menos costoso que obtener información de un agente muy distante, o es un proceso complejo determinar cómo la información debe ser tomada en cuenta. En consecuencia, se están asignando diferentes roles en el juego a agentes ubicados en diferentes lugares con diferentes vecinos (Anderlini y Ianni, 1996). La experiencia de los otros es importante por dos razones: por un lado, brinda información acerca de diferentes acciones per se, y por el otro, en muchas situaciones los beneficios de una acción dependen de las decisiones realizadas por otros y de esta forma existe un valor directo de conocer la acción de los otros. Esto sugiere que la manera precisa en

---

<sup>3</sup> Ley de Higdon: “Good judgment comes from experience. Experience comes from bad judgment” podría resumir la naturaleza del aprendizaje.

que los agentes interactúan puede influenciar la generación y diseminación de información útil, que pueden cambiar la forma en que los individuos toman decisiones y por ende los resultados agregados. Esto es, debido al uso de esta nueva fuente de información para la toma de decisiones, los equilibrios resultantes pueden mejorar el bienestar (Goyal, 2003). Este aspecto será explotado en este trabajo.

Por ejemplo, Ball y Cecchetti (1988) muestran que en un contexto de información incompleta acerca del estado de la economía, donde las firmas sufren shocks de demanda agregados e idiosincráticos dentro de su industria o vecindario sin poder distinguir entre ambos, observando solo la suma de los shocks, la fijación de precios escalonados o *staggered prices* (bajo ciertas condiciones) puede mejorar el bienestar ya que permite a las firmas extraer información de sus vecinos. Entonces, a través de la observación de los precios fijados por sus vecinos cada firma puede inferir o estimar la demanda agregada, la cual será utilizada para la fijación de precios. Cada firma tendrá más incentivos a cambiar su precio cuanto mayor cantidad de vecinos lo hayan hecho<sup>4</sup>. De esta forma, las firmas aprenden del estado de la economía resolviendo el problema de extracción de señales, mirando el comportamiento de sus vecinos. A pesar de que en nuestro modelo no existe tal cosa como la fijación de precios escalonados y el contexto sea diferente, Ball y Cecchetti (1988) demuestran que el comportamiento de los vecinos bajo condiciones de información incompleta puede ser usado para aprender del estado de la economía, siendo relevante para la modificación del comportamiento de las firmas (fijación de precios o cualquier acción de las firmas).

Una vez que se admite la importancia que el entorno de un agente posee en su capacidad de aprendizaje, surge naturalmente un interrogante (Goyal, 2007): ¿Qué incidencia posee la estructura de la red que vincula los agentes, en la dinámica de la interacción entre los mismos? En particular, parece relevante indagar si dicha estructura afecta el proceso de convergencia de acciones mencionado anteriormente.

Existen varios tipos de redes que han sido identificados por la literatura empírica (Albert y Barabási, 2001). Teniendo en cuenta que el presente trabajo analiza redes de empresas dentro de una misma industria, se consideran en particular dos clases: Redes libres de escala, y Redes Aleatorias. Las primeras son analizadas por dos motivos: primero, porque permiten representar una estructura en la que pocas firmas poseen una alta conectividad, mientras que la amplia mayoría se encuentra escasamente conectada. Segundo porque, teniendo en cuenta que, tal como menciona Goyal (2007), dos individuos se consideran cercanos (vg. vecinos) si se conocen bien entre sí, y que en el contexto de una industria, podría

---

<sup>4</sup> La idea de Complementariedad Estratégica será analizada más adelante.

suponerse que una empresa será más “conocida” mientras mayor sea su tamaño, entonces, si la distribución de tamaños sigue una ley de potencias, la distribución de la conectividad también lo hará. Precisamente, Axtell (2001) encuentra que la ley de probabilidad que siguen los tamaños de empresa en los EEUU, es una ley de potencias<sup>5,6</sup>. Respecto de las redes aleatorias, serán consideradas para reflejar una situación en la que ninguna de las empresas de la industria ostenta una situación dominante respecto del resto.

Dado que estudiaremos el comportamiento de los agentes en interacción con otros, los resultados pueden depender de cuál es el tipo de relación existente entre los agentes. Así, la idea de **Complementariedad Estratégica** estará presente en el análisis del sistema. Este concepto se utiliza para destacar que las ganancias o pérdidas de la acción de un agente individual dependerán de las acciones del resto de los agentes. Esto implica que existen derrames o interacciones positivas entre los problemas de decisión de un conjunto de agentes, por lo que la función de reacción de un agente tiene pendiente positiva. La existencia de complementariedad estratégica puede resultar en **equilibrios múltiples**, resultado que encontramos en nuestro modelo, dada una configuración de los parámetros específica. Los equilibrios múltiples son aquellos en los que ningún agente tiene incentivos a modificar su conducta si el sistema se halla allí, pero existen otros estados en los que las acciones también son compatibles entre sí, cuya realización depende de algún tipo de “acción colectiva”, aunque descentralizada (Heymann, 2007). Por ejemplo, Ball y Romer (1991)<sup>7</sup> utilizan el concepto de complementariedad estratégica para explicar la pegajosidad de los ajustes de precios como una falla de coordinación<sup>8</sup>.

El caso relevante para nuestros propósitos es la existencia de complementariedad estratégica en la determinación de precios: si todas las firmas creen que el resto de sus vecinos no modificara sus precios y todos saben que todos saben esta acción, entonces es óptimo que

---

<sup>5</sup> Más aún, dicho autor destaca que la distribución de tamaños es consistente con la Ley de Zipf, esto es, que la probabilidad de que el tamaño de una firma sea mayor a  $s$  es inversamente proporcional a  $s$ .

<sup>6</sup> Estrictamente, la red resultante no sería *bilateral*, sino que, tal como menciona Goyal (2007), en redes informativas es natural que un nodo observe a otro, pero la recíproca no ocurra. Así, la red considerada sería *dirigida*, con nodos principales (grandes empresas) dotados de gran cantidad de conexiones entrantes (otras empresas que las observan) y relativamente pocas conexiones salientes (ya que es improbable que las grandes empresas estén al tanto de lo que ocurre en cada una de las pequeñas empresas que las observan). Por simplicidad, la red se considerará bilateral, aunque, como se verá, el tipo de información transmitida hará que este supuesto no sea del todo inadecuado.

<sup>7</sup> En el marco de un modelo con costos de menú para el ajuste de precios y shocks monetarios, los autores destacan el rol del tamaño de los shocks sobre la demanda para la decisión de pagar el costo de ajustar precios. Encuentran que para tamaños de shocks intermedios, las ganancias de ajustar precios para una firma aumentan con el número de otras firmas que ajustan precios, introduciendo así complementariedad estratégica. De esta forma la rigidez nominal surge como una falla de coordinación en los ajustes de precios.

<sup>8</sup> Esta falla de coordinación solo hace referencia a la existencia de múltiples equilibrios de Nash en los que los agentes coordinan sus comportamientos pero lo hacen en estados no deseables, aunque su acción individual sea óptima. No consideran fallas de coordinación producto de comportamientos inconsistentes que no tienen el carácter de equilibrio (Heymann, 2007).

ninguna firma cambie su precio, siendo estos comportamientos de equilibrio; de la misma forma, si todas las firmas tienen la expectativa de que el resto del mercado va a incrementar su precio, entonces es óptimo para todas las firmas aumentar su precio, por lo que este accionar es un equilibrio. Por lo tanto, incrementos de precios de diferentes firmas son estrategias complementarias.

Una vez que se acepta la existencia de complementariedad estratégica, la obtención de resultados analíticos análogos a los existentes en redes de aprendizaje sin complementariedad (e.g. las proposiciones de convergencia de comportamiento presentadas en Bala y Goyal, 1998), se vuelve sumamente difícil. Por ello, la metodología adoptada en el presente trabajo, consiste en la implementación de un modelo computacional *agent-based*.

El trabajo se organiza de esta forma: La siguiente sección describe el ambiente general en el que se desarrolla el juego. Luego, se presentan diversas versiones del mismo: en primer lugar, un juego en el que cada firma observa el precio promedio fijado por sus vecinos en un período previo, y utiliza dicha información para ajustar el propio. Aquí el “aprendizaje” es en extremo simplificado, consistiendo en una imitación parcial del precio de los vecinos, sin evaluar ningún criterio de optimalidad al hacerlo, siendo el objetivo de esta formulación, evaluar las propiedades de la red en cuanto a la difusión y/o convergencia de precios. En la sección subsiguiente, se modifica el tipo de información que cada firma observa: ya no es el *nivel* de precios, sino el *signo de la variación* de los mismos. Este dato es utilizado para corregir el precio fijado por la empresa, siempre que el porcentaje de vecinos que varía su precio en un mismo sentido supere un cierto valor umbral. Luego, se limita aún más la disponibilidad de información de cada firma, suponiendo que no posee dato alguno acerca del precio fijado por sus vecinos, sino sólo una noción binaria acerca de su nivel de actividad (si está o no trabajando a tope de capacidad). En paralelo, se vincula su decisión de precios al porcentaje de vecinos que no agotan su capacidad, produciéndose aumentos sólo si dicho porcentaje no supera un valor umbral, que será en este caso potencialmente modificable por medio de un proceso de aprendizaje. Posteriormente, se levanta el supuesto de costo exógeno, con el fin de analizar la respuesta del sistema antes cambios en la cantidad de dinero. Finalmente, se presentan las conclusiones, se discuten implicancias de los casos analizados y posibles extensiones.

## **2. Descripción del ambiente del modelo**

El ambiente en el cual se desarrolla la simulación sigue al presentado en Heymann, Kawamura, Perazzo y Zimmermann (2011), (HKPZ, en adelante) en el que se introducen

herramientas de modelación agent based que siguen reglas de decisión heurísticas en una estructura de competencia Bertrand-Edgeworth. Utilizaremos técnicas de simulación para obtener predicciones de cada una de las heurísticas propuestas en este trabajo.

La extensión central de este trabajo es la introducción de una nueva fuente de información: las firmas estarán insertas en una Red en la que existe relación con sus vecinos. Esto significa que además de conocer su historia pasada de fijación de precios, cada firma podrá observar el comportamiento de las firmas que integran su vecindario, lo que le permitirá extraer información y ser utilizada para mejorar el conocimiento del mercado, y así la heurística en la fijación de precios se vuelve más compleja.

En el marco propuesto, los consumidores demandan un bien con perfecto conocimiento de todos los precios de las firmas que integran el mercado. Todos los consumidores presentan una función de demanda idéntica con elasticidad precio de la demanda igual a 1. Dados estos supuestos, es equivalente suponer que existe un único demandante (o consumidor representativo) del bien que producen las firmas con una cantidad de dinero fija por día de mercado para comprar, y que va recorriendo las firmas en un orden ascendente en precios hasta agotar su dinero o la capacidad de producción del mercado. Esto implica que existe un único comprador quien no actúa estratégicamente que va visitando a las firmas desde la más barata a la más cara. Por otro lado, en el sector del mercado analizado, existen  $N$  firmas que producen en cada día de mercado un bien homogéneo no almacenable, la producción es por encargo y solo deciden acerca del precio que fijan por su producto. Las firmas presentan costos marginales constantes e idénticos entre sí ( $c_i = c$  para todo  $i = 1, 2, \dots, N$ ) y restricciones de capacidad homogénea ( $Y_i = Y$  para todo  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $q_i \leq Y_i$ ). Estos parámetros son de conocimiento común y las firmas conocen cual es el precio competitivo. Supondremos que las firmas nunca fijan un precio inferior al costo marginal constante ( $p_i \geq c_i$ ) y la cantidad de dinero en cada periodo ( $M$ ) es suficiente para cubrir los costos de todas las firmas en el mercado para una cantidad igual a la restricción de capacidad ( $M \geq NcY$ ).

El timing de decisión es el siguiente: en primer lugar, al inicio del día las firmas anuncian sus precios  $p_i$  con  $i = 1, 2, \dots, N$ , que indica un compromiso a vender el bien al precio anunciado sujeto a la restricción de capacidad, y luego el único comprador decide el orden en el que visita a las firmas según los precios fijados, dado el dinero disponible. Por último, decidido a quien y cuanto comprar las firmas efectivamente producen la cantidad demandada para ese día de mercado. Entonces, las ventas serán iguales al mínimo entre la demanda realizada después de anunciar el precio y la capacidad máxima que presentan las firmas. La extensión central propuesta en este trabajo es la siguiente: a la hora de fijar precios, las firmas



pueden observar, por ejemplo, el precio fijado por su entorno cercano que conforma su vecindario (extrayendo información del ambiente que le permita mejorar el proceso de fijación de precios).

Los beneficios de una firma  $i$  se definen de la siguiente forma:

$$\Pi_i = q_i (p_i - c_i) \quad \text{con } 0 \leq q_i \leq Y_i$$

El precio competitivo bajo este esquema es  $p^* = \frac{M}{NY}$ , con el cual todas las firmas producen y venden toda su capacidad.

Un punto importante en el trabajo es qué entendemos por equilibrio de mercado. Destacamos que a la hora de interpretar las condiciones de equilibrio o no del mercado debemos tener presente que los sistemas con muchos elementos constitutivos pueden presentar características agregadas más o menos estacionarias, aunque las firmas individuales cambien de estado sin converger a situaciones de reposo, ya que constantemente están cambiando sus precios a pesar de que el precio promedio del mercado haya convergido a un valor determinado. Esto implica que la quietud de los componentes del sistema no es condición necesaria para que persista un equilibrio dinámico en el conjunto del mercado.

HKPZ (2011) discuten los problemas que enfrentan este tipo de modelos a la hora de obtener los equilibrios de Nash de las estrategias de fijación de precios de las firmas<sup>9</sup>. Concluyen que el resultado competitivo no es un equilibrio de Nash en estrategias puras, por lo que ningún precio fijado por todas las firmas del mercado puede ser un equilibrio de Nash simétrico en estrategias puras. De esta manera, el problema de fijación de precios a nivel individual puede conllevar búsquedas de estrategias superadoras que no terminen nunca, por lo que las decisiones de precios alternativas serán afectadas por el estado de las propiedades del sistema en el que están insertas las firmas.

Como nuestro propósito será el efecto que tiene la fijación de precios de los vecinos sobre la decisión de precios de cada firma, utilizando el comportamiento observado de su entorno cercano para extraer información acerca de la naturaleza del sistema, supondremos una especie de heurística brutus: si la firma no logra vender la totalidad de su capacidad productiva reducirá su precio en un porcentaje constante y, por otro lado si efectivamente vende toda su capacidad incrementará su precio también en un porcentaje constante. Una característica intuitiva de nuestras heurísticas es que, siempre fijaremos el valor del parámetro que ajusta a la capacidad excedente por encima del parámetro que relaciona el cambio de precios con la venta de toda su capacidad por parte de cada firma, al igual que HKPZ (2011).

---

<sup>9</sup> Para un análisis más profundo sobre las propiedades del equilibrio del juego y sus respectivas demostraciones, véase HKPZ (2011).

A continuación, estudiamos las heurísticas propuestas inmersas en una Red libre de escala con especial hincapié en el comportamiento de los vecinos.

### 3. Comportamientos Heurísticos en la Fijación de Precios

En esta sección abordaremos el análisis de 3 heurísticas propuestas sobre la dinámica del precio y la cantidad promedio del mercado, convergencia o no hacia el precio competitivo o a otro valor de equilibrio al que el sistema tiende. En primer lugar, estudiaremos cuál es la trayectoria de las variables que surge de que cada firma ajuste su precio en una proporción constante a la diferencia de precios entre su propio precio y el precio promedio fijado por sus vecinos. En segundo lugar, analizaremos la dinámica resultante de que el comportamiento de los vecinos solo sea relevante en el caso de que supere un cierto umbral dado exógenamente. El comportamiento de los vecinos elegido es la variación de precios entre dos periodos consecutivos. Por último, introduciremos una heurística similar a la anterior, con la diferencia que ya no supondremos que las firmas observan precios, sino que únicamente sabrán si los vecinos trabajan o no a plena capacidad. Aquí, veremos los efectos de la existencia de incertidumbre sobre los costos, de cambiar la cantidad de dinero y del tipo de red en el que se desarrolla el juego.

#### 3.1 Heurística Brutus y Comportamiento Promedio de los Vecinos

La primera heurística de fijación de precios propuesta está basada en las **Ventas**, donde los precios de cada una de las firmas reaccionan de acuerdo a sus propias ventas pasadas y la **diferencia de precios con el promedio de sus vecinos** en el periodo anterior. Esto significa que si la firma vendió menos que su capacidad (presenta capacidad excedente) reducirá su precio en un porcentaje constante y exógeno que denominaremos  $\alpha$ ; en cambio si no tuvo capacidad excedente incrementará su precio también en un porcentaje constante y exógeno, llamado  $\gamma$ . La heurística en relación con los vecinos establece que la firma ajustará su precio en una proporción constante y exógeno  $\beta$  en función de la diferencia de su precio con el promedio de sus vecinos en el periodo anterior.

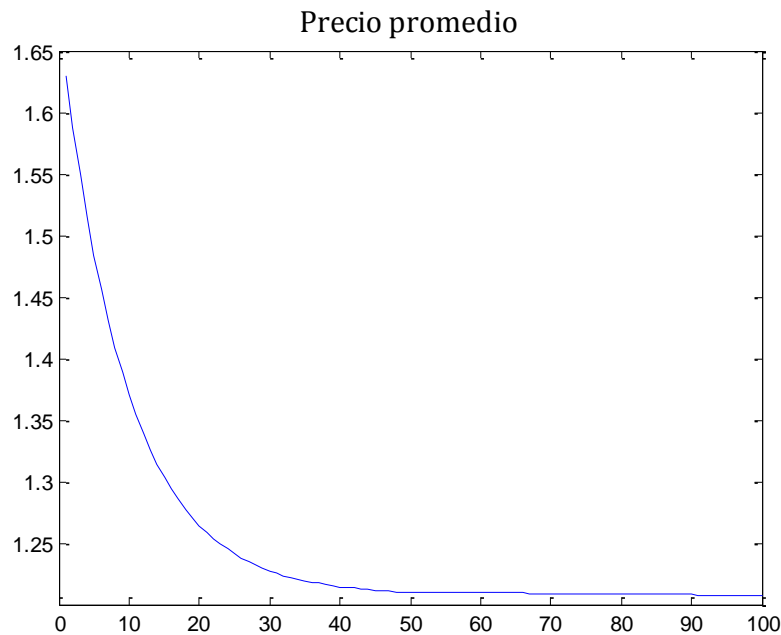
Algebraicamente:

$$p_i(t+1) = p_i(t)(1 - \alpha)I(q_i < Y) + p_i(t)(1 + \gamma)I(q_i = Y) - \beta[p_i(t) - p_{vi}(t)]$$

$i = 1, 2, \dots, N$  y  $v = 1, 2, \dots, V$ , con  $V$  número total de vecinos de la firma  $i$ , donde  $p_{vi}(t)$  es el precio promedio de los vecinos de la firma  $i$  en el día de mercado  $t$ .

En primer lugar analizaremos el caso en el que los vecinos no tienen ningún rol en la fijación de precios, es decir  $\beta = 0$ . La red utilizada es una red de potencias<sup>10</sup>. Los precios iniciales son elegidos al azar entre  $[p^* = 1,2, p^* = 2]$ . El resto de los parámetros son  $N = 300$ , costo marginal constante igual a 1 ( $c = 1$ ), restricción de capacidad igual a 100 ( $Y = 100$ ), una cantidad de dinero igual a 33.000 ( $M = 33.000$ ),  $\alpha = 0,1$ ,  $\gamma = 0,01$  para 100 iteraciones:

**Gráfico 1: Modelo basado en las Ventas Pasadas ( $\beta=0$ )**



Observamos en el gráfico una rápida convergencia del precio promedio hacia 1.2 aproximadamente, valor que coincide con la regla utilizada en HKPZ (2011), donde  $p_{ave} \approx p^* + \frac{\gamma}{\alpha} = 1,1 + \frac{0,01}{0,1} \approx 1,2$ , donde  $p^*$  es el precio competitivo. La cantidad promedio estimada del modelo de HKPZ (2011) puede definirse de la siguiente forma:  $Q = (1 - \frac{\gamma}{\alpha})Y = (1 - 0,1)100 = 90$  aproximadamente, donde  $Q$  son las ventas promedios del mercado.

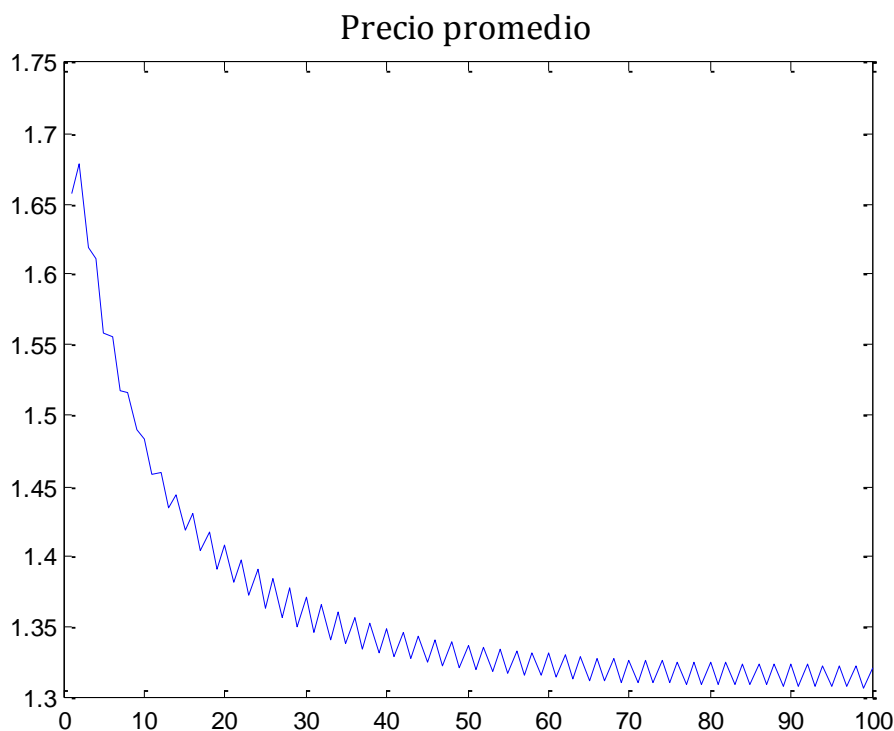
En consecuencia de la caída del precio promedio en la dinámica comentada, la cantidad promedio vendida por las firmas aumenta hasta converger a 91,5 aproximadamente, apenas superior al valor predicho por el modelo de HKPZ (2011). Esto implica que a partir del precio promedio del periodo  $t = 0$  (dada la condición inicial),  $p_{ave,0} = 1,5$ , las firmas solo venden en promedio 73,6 unidades del bien (siendo inferior a su capacidad de producción), quedando sin vender absolutamente nada 79 firmas y 1 firma vende menos que su capacidad, por lo que disparan una reducción de precios en cada periodo de  $\gamma = 0,10$  (10%), lo cual tiende

<sup>10</sup> El algoritmo de generación de redes de potencia utilizado aquí y en el resto del trabajo es el que se encuentra en <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/11947> [Última revisión de link 18/12/2011].

a reducir el precio promedio ya que las 220 firmas que venden su capacidad están incrementando su precio en solo  $\alpha = 0,01(1\%)$ .

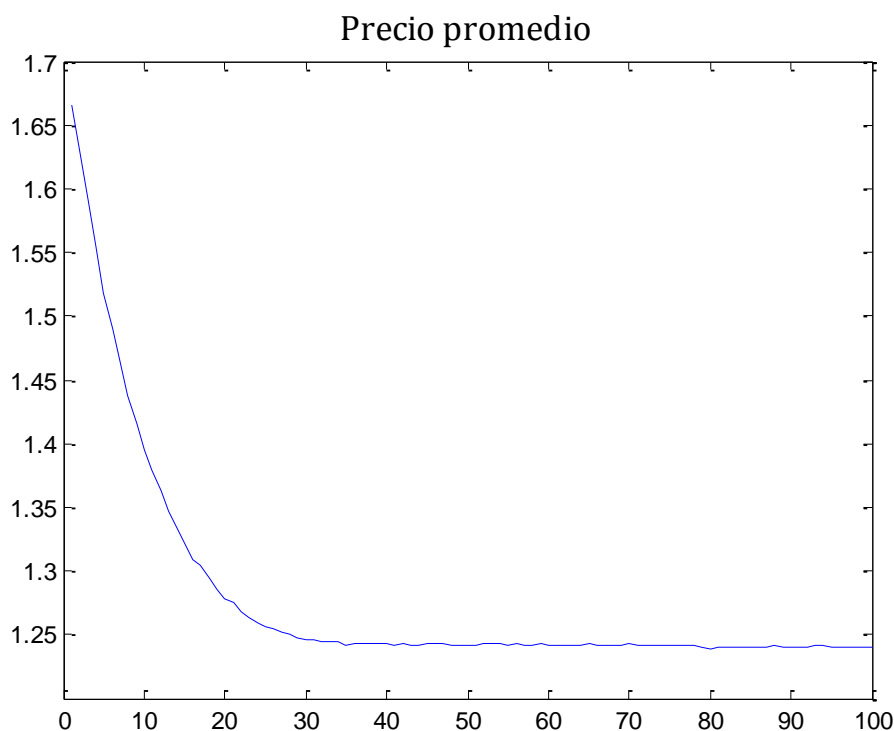
En el otro extremo, bajo la misma definición de los parámetros pero ahora con  $\beta = 1$ , que indica que cualquier desviación del precio con respecto a sus vecinos es corregida 1 a 1 en el precio del periodo siguiente. De esta forma se castigan fuertemente las diferencias de precios con sus vecinos llevando a que el componente del precio de la firma que mira a sus vecinos en  $t + 1$  sea igual al precio promedio de sus vecinos en  $t$ , con lo que se le otorga un peso relativo muy importante en la heurística de fijación de precios al comportamiento del entorno. Por ejemplo, si la firma fijó un precio igual a 1,5 y los vecinos en promedio fijaron un precio igual a 1,2, la firma ajustará su precio en  $-1(1,5 - 1,2) = -0,3$  por la fuente de fijación de precios que mira a sus vecinos ( $1,5 - 0,3 = 1,2$ ). El gran peso asignado al comportamiento de los vecinos en la fijación de precios de las firmas, conlleva a que el mercado converja con una significativa volatilidad alrededor de 1,32; precio 10% superior al precio en el que los vecinos no tienen ningún rol. De esta manera, podemos afirmar que los vecinos cambian los valores de equilibrio de las variables, siendo un resultado importante ya que el precio promedio converge un precio superior al precio promedio (y competitivo) y con una volatilidad considerablemente mayor. Esto es, la observación del precio promedio del vecindario introduce un cambio considerable tanto en la convergencia como en la transición del sistema.

**Gráfico 2 - Modelo basado en las Ventas Pasadas y Comportamiento de Vecinos ( $\beta = 1$ )**



Un caso intermedio en el que las firmas reaccionan un 50% ( $\beta = 0.5$ ) al desvío de su precio con el promedio de los vecinos, es el siguiente:

**Gráfico 3 - Modelo basado en las Ventas Pasadas y Comportamiento de Vecinos ( $\beta = 0,5$ )**



En el gráfico notamos que el precio promedio converge a 1,24 aproximadamente, levemente superior al caso en que  $\beta = 0$ , e inferior al caso en que  $\beta = 1$ , existe mayor volatilidad de precios que en el primer caso y menor que en el segundo. Esto indica que asignarle un peso relativo distinto de 0 (cero) a lo que hacen los vecinos incrementa el precio promedio y por ende reduce la cantidad promedio. En síntesis, los vecinos importan como mecanismo de creación y transmisión de información que termina modificando la dinámica y el equilibrio del sistema.

### 3.2 Heurística Brutus y Umbral Exógeno para los Vecinos

La segunda heurística propuesta es aquella en la que, al igual que en la heurística anterior, las firmas aumentan su precio en un porcentaje y si venden toda su capacidad, y lo reducen en un porcentaje  $\alpha$  si tuvo capacidad excedente. El cambio se produce en el modo en que incorpora la firma el comportamiento de sus vecinos: introduciremos un rol para un *umbral* en el que los ajustes de precios se dispararan siempre y cuando un porcentaje dado de los vecinos estén realizando una acción en particular. En este ejercicio el umbral será exógeno, por lo que las firmas no aprenderán sobre el porcentaje de firmas al que tienen que hacerle

caso para ajustar sus precios. La heurística es la siguiente: la firma observa si sus vecinos variaron de precios entre los periodos  $t - 2$  y  $t - 1$  (tanto positiva como negativamente) y si la proporción de firmas que variaron de precios supera al umbral, aumenta o reduce su precio en un porcentaje  $\theta$ , respectivamente (notar la simetría entre variaciones positivas y negativas). Si por ejemplo el umbral es 0,6 esto significa que la firma ajustará su precio hacia arriba (abajo) en un porcentaje  $\theta$  si y solo si mas de un 60% de sus vecinos incrementó (redujo) sus precios en los 2 periodos pasados.

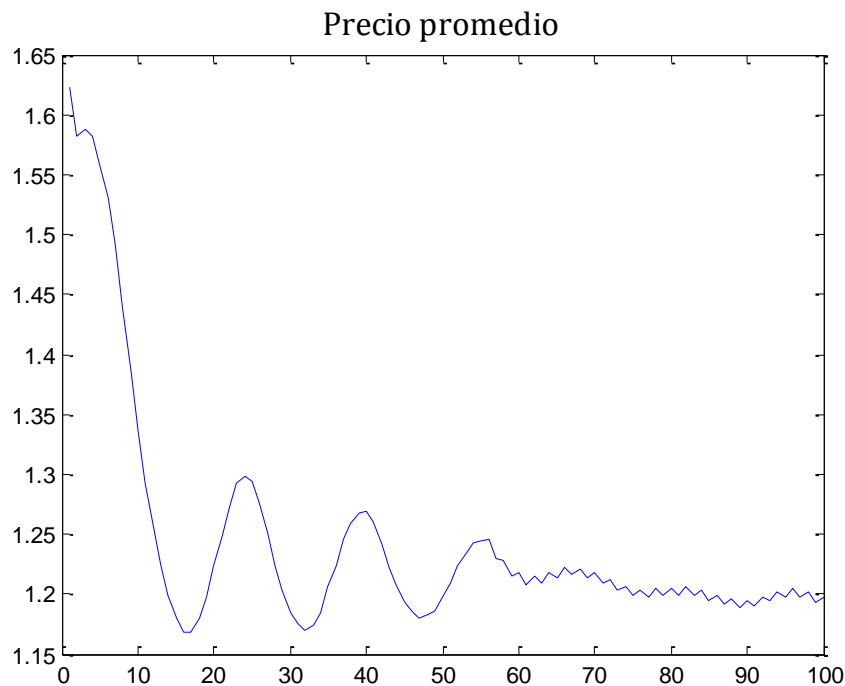
Algebraicamente,

$$p_i(t+1) = p_i(t)(1 - \alpha)I(q_i < Y) + p_i(t)(1 + \gamma)I(q_i = Y) + p_i(t)(1 \pm \theta)I\left[\frac{\#(p_{v_i}(t-1) - p_{v_i}(t-2))}{N} \geq \beta\right] \quad i = 1, 2, \dots, N \text{ y } v = 1, 2, \dots, V.$$

Aquí  $\beta$  es el umbral que las firmas deben superar para ajustar sus precios de acuerdo al comportamiento de sus vecinos.

Nuevamente, si los parámetros quedan definidos de la siguiente forma:  $N = 300, c = 1, Y = 100, M = 33.000, \alpha = 0,1, \gamma = 0,01$ , y fijamos el umbral en 50% ( $\beta = 0.5$ ) proponiendo  $\theta = 0,05$  para 100 iteraciones obtenemos:

**Gráfico 4 - Modelo basado en las Ventas Pasadas con  $\theta = 0,05$  y  $\beta = 0,5$**



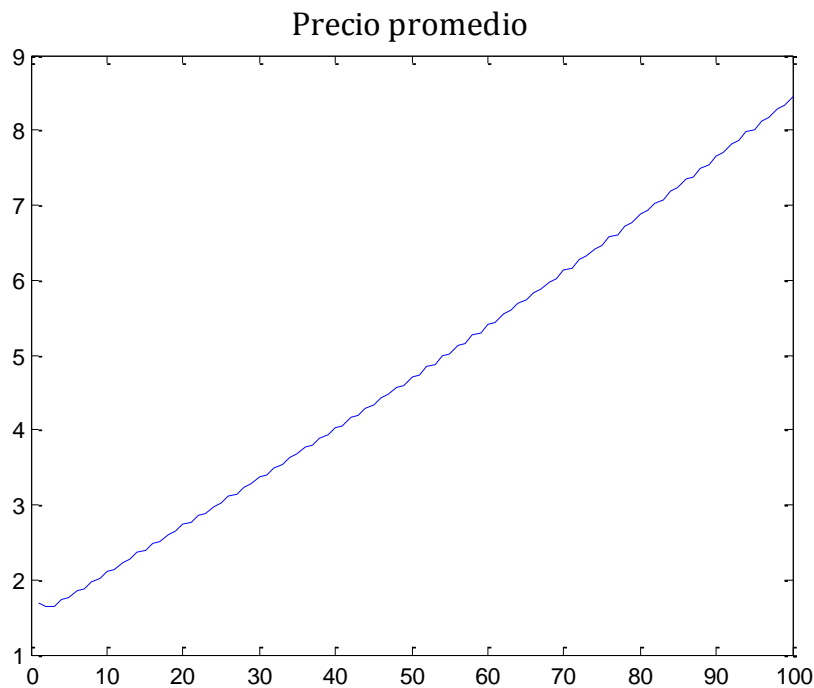
En este caso, el rol que juegan los vecinos es menor al peso que le asigna cada firma en caso de quedarse con capacidad excedente ( $\theta < \alpha$ ). El precio promedio al que se converge es aproximadamente 1,2, pero aquí la dinámica presenta una mayor volatilidad de precios al caso en el que los vecinos no son tenidos en cuenta para la fijación de precios, habiendo lugar

para un mayor comportamiento estratégico para aumentar precios sin perder mercado. En consecuencia, las ventas promedios también son muy similares pero fluctúan más. También podemos ver en el gráfico la formación de ciclos en el precio promedio cada 10 iteraciones aproximadamente y que a su vez, se va reduciendo significativamente la amplitud a medida que pasan los días de mercado: esto es, las firmas están incrementando precios en una proporción  $\gamma = 0,01$  hasta el momento en que empiezan a vender por debajo de su capacidad, momento en el que reducirán sus precios en un porcentaje  $\alpha = 0,10$ . En el equilibrio agregado el número de periodos en los que se repiten estos comportamientos cíclicos es de  $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{0,10}{0,01} = 10$ . Esto significa que, en promedio, cada 10 periodos cada firma no venderá. Entonces, las ventas promedio en cada periodo se pueden definir de la siguiente forma:  $Q = (1 - \frac{\gamma}{\alpha})Y = (1 - 0,10)100 = 90$  aproximadamente, donde  $Q$  son las ventas promedios del mercado. Desde el punto de vista del comportamiento de los vecinos puede estar indicando que existen periodos en los que el umbral se satisface y las firmas están aumentando precios, explicando que el precio promedio se incremente. Por otro lado, el precio promedio decae debido a que no se alcanza el umbral impuesto exógenamente y el sistema, dada la configuración de parámetros ( $\alpha > \gamma$ ), tiende a reducir los precios producto de que las firmas no venden la totalidad de su capacidad.

Aquí se puede contemplar la definición no tradicional de equilibrio propuesta para nuestro modelo y las consecuencias que tiene esto sobre la dinámica del sistema. Es decir, el sistema parece encontrarse en equilibrio en un precio promedio igual a 1,2, pero con comportamientos individuales bien heterogéneos que hacen emerger los ciclos comentados.

Es importante destacar la magnitud relativa de los valores de los parámetros que hacen referencia a sus propias ventas ( $\alpha$ ) y a sus vecinos ( $\theta$ ): si ahora fijamos  $\theta = 0,12$  la dinámica de precios cambia completamente al asignarle una mayor importancia al comportamiento de los vecinos que a lo que sucede internamente en cada firma. En este caso el sistema *diverge rápidamente*:

**Gráfico 5 - Modelo basado en las Ventas Pasadas con  $\beta = 0,5$  y  $\theta = 0,12$**



Esto indica la presencia de fuertes complementariedades estratégicas entre las firmas y sus vecinos, dando como resultado equilibrios múltiples en este tipo de heurísticas. Como dijimos anteriormente, el sistema tiene una tendencia a reducir precios cuando los mismos se encuentran por encima de  $p^* = 1$  debido a que  $\alpha > \gamma$ , por lo que la divergencia se tiene que explicar por el componente de los vecinos en la fijación de precios. Esto implica que, al asignarle mayor peso al comportamiento de los vecinos que a lo que ocurre con sus ventas, si todos están aumentando precios, superando al umbral  $\beta$ , aumentaran sus precios en  $\theta$ , que es superior a la tendencia decreciente  $\alpha$  de los precios por no vender toda su capacidad, teniendo esto como resultado un aumento del precio promedio. Debido a que  $\theta$  es un porcentaje constante, los ajustes de precios se hacen cada vez más grande y terminan en la explosión hacia infinito del precio promedio. Esto se explica porque firmas que no están vendiendo igualmente están incrementando sus precios porque sus vecinos lo están haciendo, dados los valores de los parámetros impuestos ( $\theta > \alpha$ ). Es preciso destacar que la cantidad promedio no tiende a 0(cero) cuando el precio crece exponencialmente, sino que tiende a converger a 50 aproximadamente. Además es preciso notar que este comportamiento no depende del valor fijado para el umbral.

Entonces, dependiendo de la configuración de parámetros el sistema convergerá o divergirá. Este punto es importante ya que la relación entre los parámetros del modelo determina dos comportamientos totalmente distintos del sistema.



### 3.3 Heurística basada en nivel de actividad de vecinos

En esta ocasión, las firmas ya no observarán dimensión alguna de los precios de sus vecinos, sino que sólo poseen una noción de su nivel de actividad: En el período  $t$ , cada empresa conoce el porcentaje de sus vecinos que *no agotó su capacidad* en  $t - 1$ . En caso que la empresa haya agotado la suya, sólo aumentará su precio en  $\gamma$  si el porcentaje de vecinos que no agotó su capacidad, no supera un umbral  $\beta$ . En caso que lo supere, mantendrá su precio inalterado. Por otro lado, si la empresa no agotó su capacidad, se comportará igual que en el caso anterior, reduciendo su precio en un porcentaje  $\alpha$ .

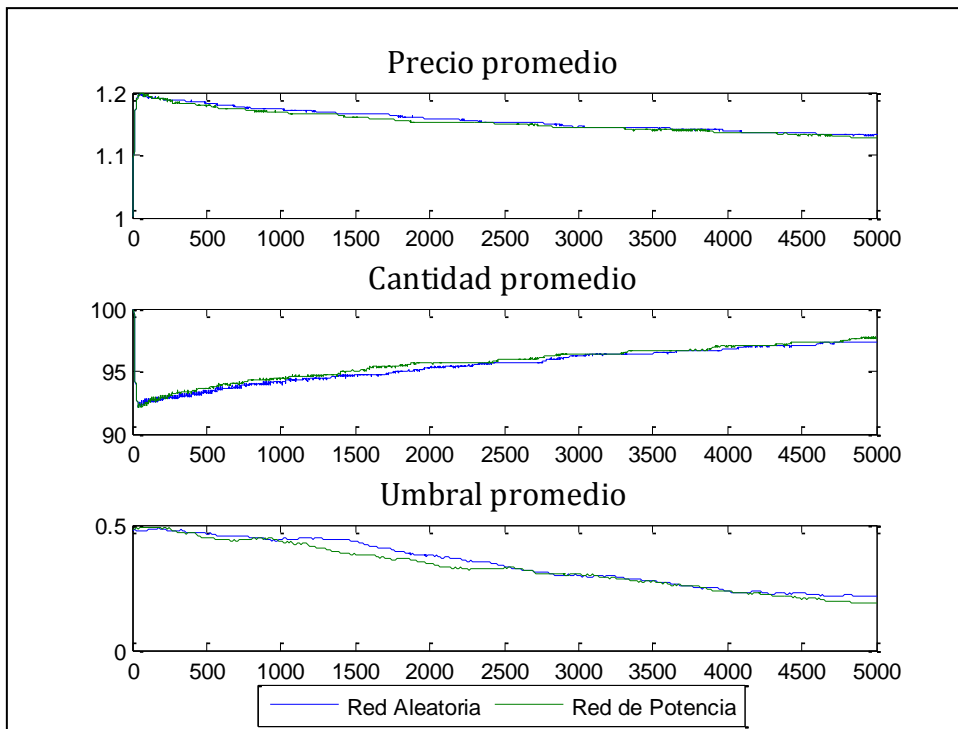
Respecto del proceso de aprendizaje, cada firma  $i$  modificará su umbral de  $\beta_i \rightarrow \beta'_i$  elegido al azar en el intervalo  $[\beta_i - \delta, \beta_i + \delta]$ , con  $\delta \ll 1$ , toda vez que su *beneficio promedio* en los  $\tau$  períodos previos sean inferiores a los registrados en  $[t - 2\tau, t - \tau]$ . Este algoritmo es similar al utilizado en la versión del juego de la minoría presentada en Heymann, Perazzo y Zimmermann (2011). El resto del juego es similar a la heurística anterior.

A continuación se evaluará el modelo con los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
Red	Ambas
Cantidad de firmas	300
Ajuste de precio a la baja (%)	10
Ajuste de precio al alza (%)	1
Intervalo de aprendizaje (períodos)	7
Iteraciones	5.000

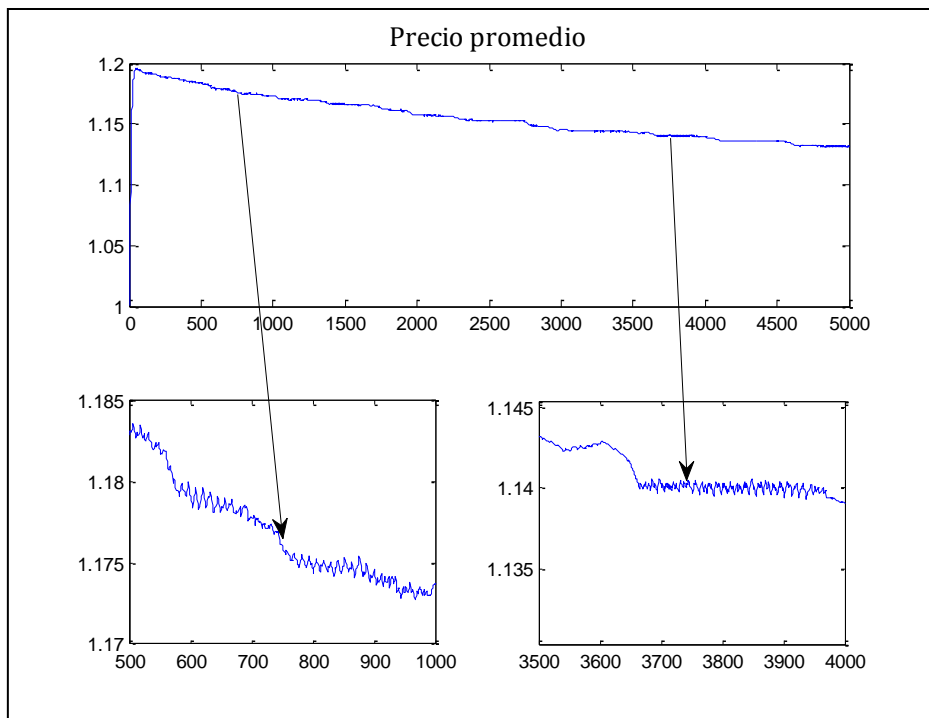
El resultado es el siguiente:

**Gráfico 6 – Heurística basada en nivel de actividad de vecinos**



Se observa cómo, en este caso, la dinámica de aprendizaje conduce a una disminución en el umbral promedio de las firmas. A mayor umbral, menor debe ser el nivel de actividad de sus vecinos para que una firma, ante un agotamiento de la propia capacidad, decida incrementar el precio. Esto determina que, para todo el sistema, la frecuencia de ajuste disminuye. Esto puede verse con claridad en la siguiente figura:

**Gráfico 7 – Precio promedio en la red aleatoria**



Respecto de la evolución del precio promedio en las iteraciones iniciales, en las iteraciones avanzadas se observa una disminución en la volatilidad de precios. Por otro lado, el Gráfico 1 también muestra que el sistema logra aproximar asintóticamente el precio competitivo de 1,1. Finalmente, no se observa una diferencia significativa en el comportamiento de ambas redes.

Ahora bien, estos resultados corresponden a un ambiente de estabilidad de demanda nominal. Cabe preguntarse qué implicancias tendrá para el sistema la introducción de crecimiento monetario sostenido. La siguiente sección se ocupa de analizar dicho caso.

### **3.3.1 – Crecimiento monetario, precios y estabilización**

Hasta ahora, se ha supuesto que el costo marginal de cada firma es constante e idéntico. Esto tiene sentido en un entorno de estabilidad de variables nominales, pero tal vez sea poco razonable si dicha estabilidad se hace a un lado. En esta sección supondremos que cada firma enfrenta incertidumbre acerca del costo marginal de su producción. En línea con los modelos de aprendizaje en redes descritos en Goyal (2007), cada firma utilizará información pasada de sus vecinos para inferir su costo: de manera en extremo simple, considerará al *costo de referencia* en el período  $t$  igual al promedio de precios fijados por sus vecinos **que tuvieron ventas positivas** en  $t - 1$ . En caso que ninguno haya logrado vender, supone que el costo no cambia. Esto podría parecer contradictorio con el rol que hasta aquí jugaron los vecinos: su influencia en el comportamiento de la empresa dependía del umbral de esta última, pero ahora, por vía de los costos podrían influir *cualquiera sea el valor de ese umbral*. Para impedir esto, asumiremos que las empresas consideran relevante la información de costos que transmiten sus vecinos *sólo* cuando el porcentaje de ellos que no trabaja a plena capacidad, no supera el umbral. Además, introduciremos una nueva categoría de comportamiento: así como en el modelo previo, una empresa con umbral cero *nunca* respondía al comportamiento de sus vecinos, ahora, adicionalmente, una empresa con umbral igual a uno, *siempre* lo hará.

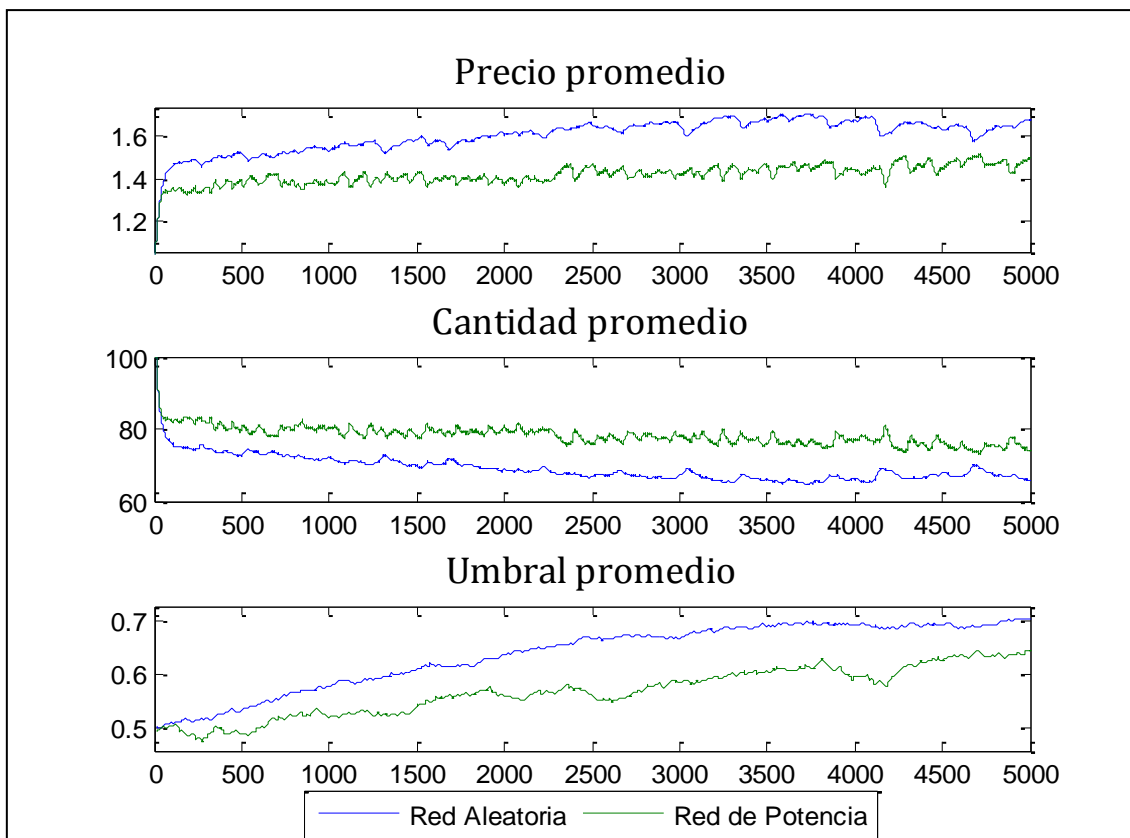
Acerca de la rutina de ajuste del umbral, reflejaremos la mencionada falta de certeza sobre costos introduciendo, además de la condición ya presentada, una adicional: Ahora una firma ajustará su umbral si caen sus beneficios promedio o si éstos se encuentran por debajo de cero. Esto último puede suceder porque ahora el costo relevante se determina *luego* de que la firma fija el precio, no como en los ambientes previos, donde el costo era conocido<sup>11</sup>.

El resultado del modelo con precios estables es el siguiente:

---

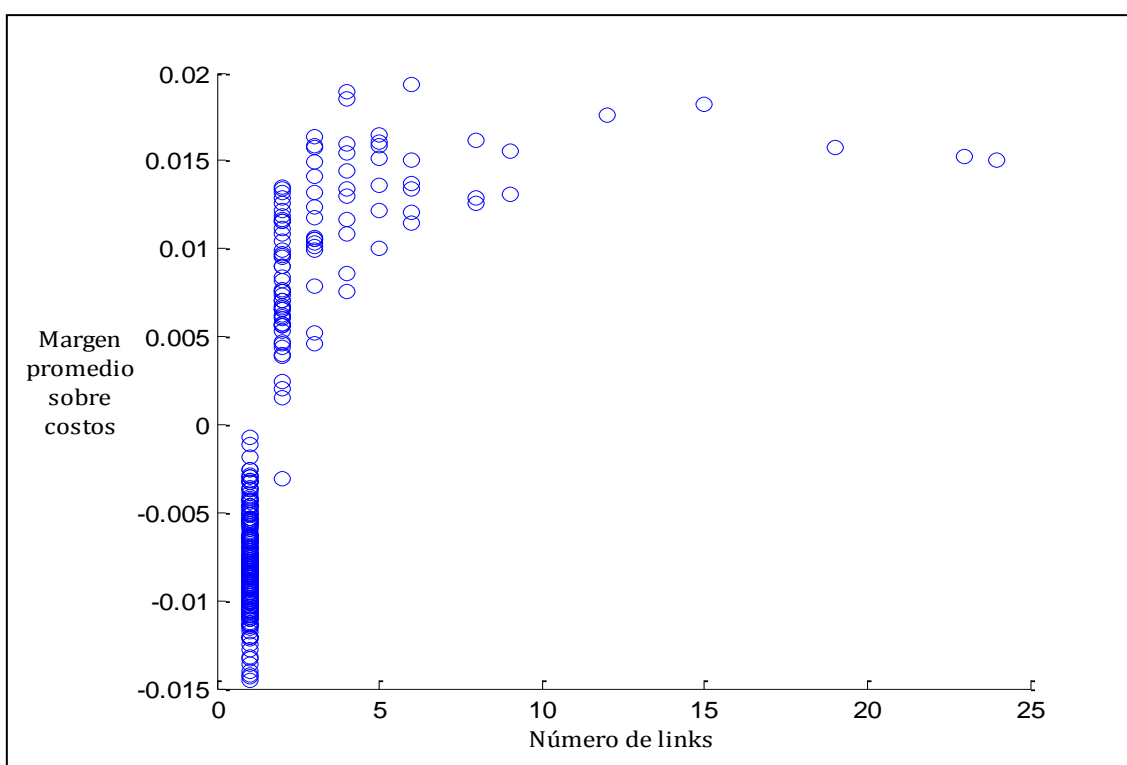
<sup>11</sup> Por supuesto, el costo al que nos referimos no es el *costo contable* (que una empresa siempre conoce) sino el *costo económico*, que depende del nivel de precios vigentes al momento de efectuarse la venta.

**Gráfico 8 - Heurística basada en nivel de actividad de vecinos con costo endógeno.**



Dos aspectos se destacan: Por un lado, el nivel medio de los umbrales converge a un nivel relativamente más alto que en el modelo con costos constantes. Por otro lado, dicho nivel es más elevado en el sistema con red aleatoria. Respecto del primer resultado, refleja el hecho de que en el proceso de aprendizaje tienen más importancia las señales de costo que envía el vecino, que la información que transmite acerca de una posible caída futura de precios por ventas inferiores a la capacidad. Respecto del segundo resultado, tiene directamente que ver con la relación entre la conectividad de una empresa, y su influencia sobre el resto: en la red aleatoria, la conectividad está distribuida de manera más equitativa que en la red de potencia, por lo que las firmas, al seguir los costos de sus vecinos, corren un menor riesgo de que esa información local difiera de la información agregada, riesgo que, en la red de potencia, es elevado para las empresas con baja conectividad. Una consecuencia interesante de esto se observa en el siguiente gráfico:

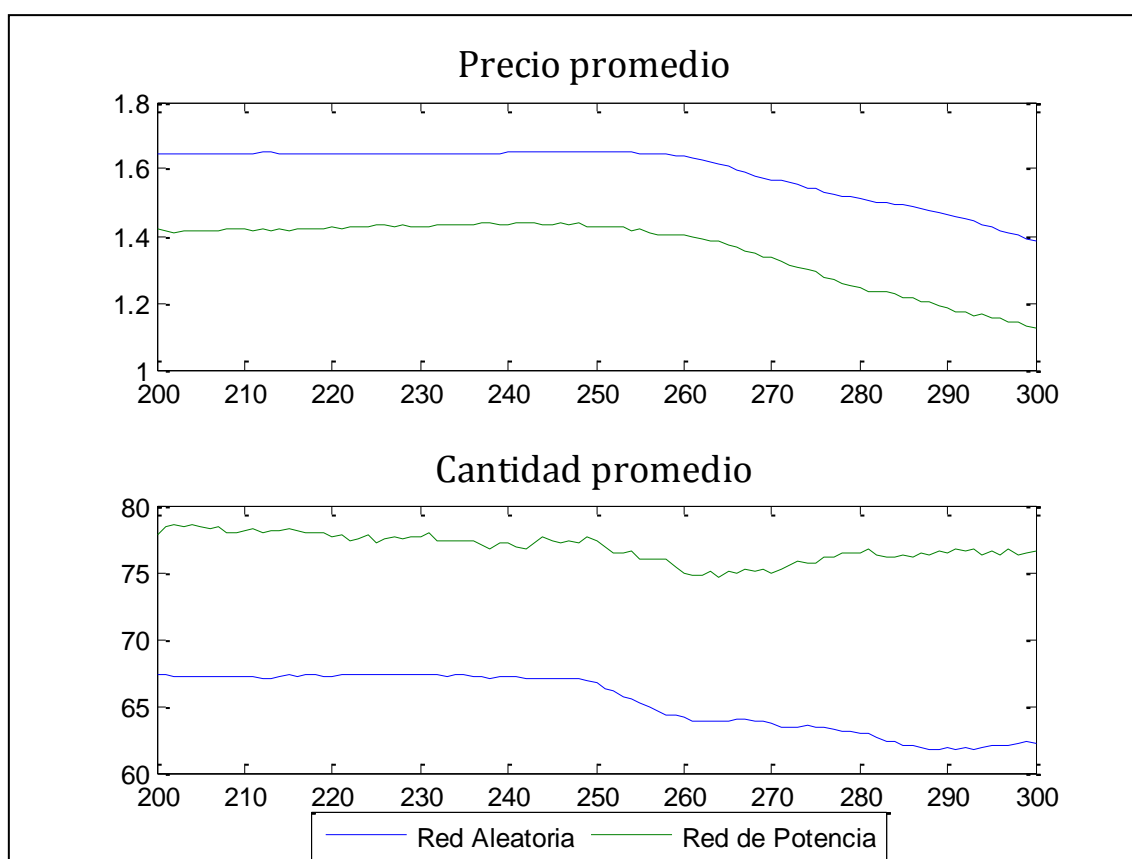
**Gráfico 9 – Relación entre conectividad y margen promedio sobre costos - Red de potencias**



Como se ve, existe una relación positiva entre la conectividad de una empresa, y su margen promedio sobre costos. Como se dijo anteriormente, esta relación deriva de la influencia que las firmas altamente conectadas ejercen sobre los costos de las demás. Existe amplia evidencia anecdótica que puede ilustrar esto: piénsese por ejemplo lo que ocurre cuando una petrolera modifica sus precios. Sin duda que el poder de mercado de estas empresas se explica por muchos factores que este modelo no contempla, pero ciertamente podría decirse que la conectividad quizá haga una contribución no menor.

A continuación, se explorará la respuesta de ambos sistemas ante una variación tanto positiva como negativa en la cantidad de dinero. La misma se reducirá exógenamente en un 0,5% por período. Se partirá de una distribución de umbrales igual a la existente al finalizar el ejercicio anterior (es decir, umbrales de estado estacionario con dinero constante), y se realizarán 500 iteraciones, comenzando la deflación a partir de  $t = 250$ . A continuación se detallan los resultados:

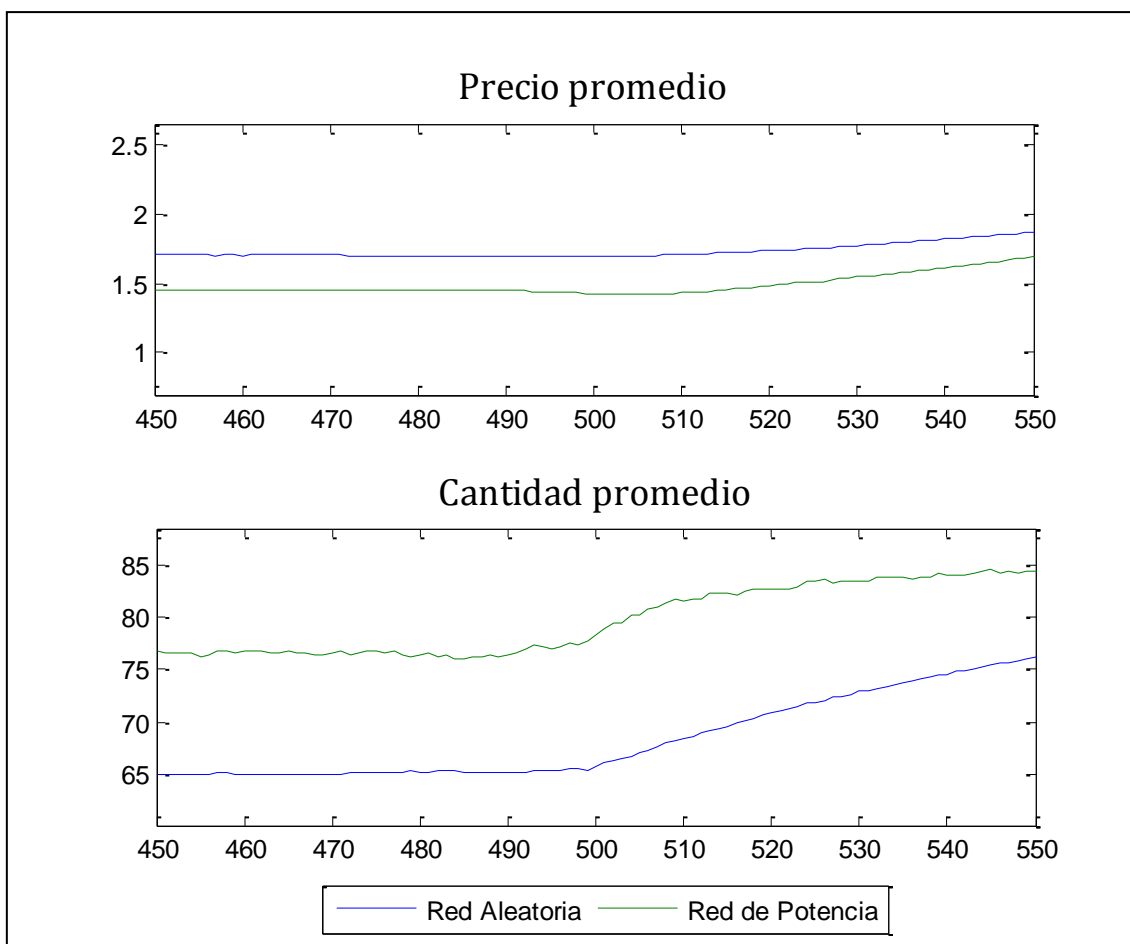
**Gráfico 10 – Respuesta de ambos sistemas ante una contracción monetaria**



Vemos que el sistema con red aleatoria (cuyo umbral medio era más elevado) no logra reducir precios con la misma velocidad que el sistema con red de potencias, lo cual redundaría en una caída en la cantidad media. Esto puede parecer contradictorio: después de todo, un umbral más elevado implica que las empresas están más pendientes de lo que hacen sus vecinos, por lo cual las reducciones de precios deberían difundirse con mayor velocidad. Sin embargo, el fenómeno se explica porque, en este modelo, el rezago en la información sobre costos hace que las empresas, para reducir su precio, requieran previamente una reducción en su costo. Salvo, claro, que se ignore la información aportada por los vecinos, y se proceda a reducir unilateralmente el precio. Por esto, ante la deflación, estas empresas que ignoran a sus vecinos hacen más fluido el ajuste.

Finalmente, veamos qué sucede al introducir una expansión monetaria de 0,05% por período en el sistema, a partir del período 500, y partiendo de los umbrales de estado estacionario con estabilidad monetaria:

Gráfico 11 – Respuesta de ambos sistemas ante una expansión monetaria



Nuevamente aquí se observa una escasa respuesta inicial de los precios, lo cual redundará en un incremento transitorio en las cantidades. A diferencia del caso de la deflación, aquí las empresas no enfrentan restricciones derivadas del conocimiento imperfecto de costos, por lo que el sistema con red aleatoria (y umbral medio más alto) ajusta precios con mayor rapidez.

Como corolario final, pondremos los hechos descriptos en perspectiva, a la luz de las experiencias recurrentes en economías que enfrentan presiones deflacionarias: Más allá de los argumentos usuales (deflación de deudas, preferencia por la liquidez, etc.) que complican el desenvolvimiento en estos entornos, en nuestra modelización destacamos el problema de coordinación que se suscita cuando las empresas desconocen la evolución futura de sus costos. Es necesario que alguien “dé el primer paso”, lo cual en ciertos ambientes puede no ser trivial. Quizá esto sea un factor más que contribuya a comprender por qué se coloca tanta presión sobre las cantidades en este tipo de situaciones.

## **4. Comentarios finales**

Este trabajo intentó destacar el rol que puede cumplir la información local a la hora de tomar decisiones cuando existe incertidumbre acerca del verdadero funcionamiento del sistema. El rol de los vecinos es introducido como una nueva fuente de información que cada firma puede aprovechar para conocer mejor el ambiente en el que está tomando decisiones. Es decir, se utiliza a la información que brindan los vecinos para extraer señales del funcionamiento de los mercados y así mejorar sus decisiones.

La extracción de información relevante por medio de la observación de la fijación de precios de los vecinos genera un cambio en las dinámicas del sistema propuesto en relación a HKPZ (2011). Un punto a destacar en el análisis es que nuestro trabajo se comparó con los resultados obtenidos por HKPZ (2011), pero el número de empresas es significativamente distinto. Aquí hallamos resultados similares bajo cierta configuración de parámetros en un mercado integrada por 300 firmas, mientras que los autores comentados trabajaron con solo 10 firmas (oligopolio). Nuestra elección del número de firmas estuvo basada en el objetivo de incorporar el comportamiento del vecindario al modelo, por lo que un número reducido de firmas era incapaz de generar una red lo suficientemente rica como para explorar este tipo de comportamientos.

De los ejercicios de simulación podemos concluir que si el peso dado a los comportamientos del entorno cercano no es significativo (menor al asignado a lo que ocurre con sus ventas) el precio promedio de mercado converge al valor del precio competitivo más un factor que depende de la heurística que depende de la interacción con los vecinos. Lo que se evidencia a pesar de la convergencia es una mayor volatilidad del precio promedio (y por ende sobre la cantidad promedio), introducida por la interacción en la decisión de precios entre los vecinos. En cambio, si lo que hacen los vecinos importa más que los resultados propios al momento de decidir precios, dados otros parámetros, el sistema diverge rápidamente tendiendo el precio promedio a crecer exponencialmente. Este tipo de configuración de los equilibrios se basa en la complementariedad estratégica que presentan las estrategias de cada firma, en los que los resultados de sus propias acciones dependen de lo que haga el resto.

Por otro lado, al movernos hacia un sistema con costos endógenos y aprendizaje, observamos que el sistema converge a estados diferentes según el tipo de red que vincula a las firmas. A su vez, dichos estados inciden en la capacidad de ajuste del sistema ante variaciones en la cantidad de dinero.



Sin dudas, el valor que tienen las heurísticas simples como las analizadas aquí está lejos de ser concluyente. Como posibles extensiones de este modelo, puede mencionarse la introducción de redes direccionadas (que representarían mejor un esquema insumo-producto), y asignación local de demanda final, algo que posiblemente acentúe los efectos de red.

## **Referencias**

- [1] Anderlini, L. and Ianni, A. (1996): "Path Dependence and Learning from Neighbors". *Games and Economic Behavior*. 13, pp. 141–177.
- [2] Bala, V., and S. Goyal (1998): "Learning from Neighbours," *Review of Economic Studies*, 65, 595-621.
- [3] Ball, L. and Cecchetti, S. (1988): "Imperfect Information and Staggered Price settings", *American Economic Review* 78, 999-1018.
- [4] Ball, L. and Romer, D. (1991): "Sticky Prices as Coordination Failure", *The American Economic Review*, Vol. 81, No. 3, pp. 539-552.
- [5] Bullard, J. (2006): "The learnability Criterion and Monetary Policy", *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, May/June 2006, 88(3), pp. 203-17.
- [6] Evans, G. and Honkapohja, S. (2001): "Learning and Expectations in Macroeconomics", Princeton University Press.
- [7] Goyal, S. (2007): "Connections: An Introduction to the Economics of Networks", Princeton University Press.
- [8] Heymann, D. (2007): "Desarrollos y alternativas: Algunas perspectivas del análisis macroeconómico", en D. Heymann (ed.), *Progresos en Macroeconomía*, Editorial Temas.
- [9] Heymann, D., Kawamura, E., Perazzo, R. and Zimmermann, M. (2011): "Behavioral heuristics and market patterns in a bertrand-edgeworth game". Universidad de San Andrés, mimeo.
- [10] Heymann, D. Perazzo R., y Zimmermann, M. (2011): "Modelos económicos de múltiples agentes. Una aproximación a la economía desde los sistemas complejos", Trabajo en preparación.
- [11] Sargent, T. J. (1993): "Bounded Rationality in Macroeconomics: The Arne Ryde Memorial Lecture", Clarendon Pr.