

Emergencia y atomización de centros mercantiles

Favio D'Ercole ¹ Elmer Lionel Guerrero Y. ²
Verónica Sandoval ³

Racionalidad Acotada
Maestría en Economía (UdeSA)

Verano, 2011

¹fndercole@gmail.com

²elmer.guerrero@gmail.com

³versandov@gmail.com

Índice

1. Introducción	2
2. Literatura relacionada	3
2.1. Bienes Homogéneos	3
2.2. Diferenciación de producto	5
2.3. Agentes Múltiples	6
3. Metodología	8
3.1. Construcción del modelo	8
3.2. Dinámica de los Hogares	9
3.2.1. Preferencias	9
3.2.2. Exploración	10
3.3. Dinámica de Firmas	12
3.3.1. Creación de Centros Mercantiles	13
3.3.2. Expansión de Centros Mercantiles	14
3.3.3. Quiebra de Firmas	14
3.4. Elección de Precios	15
3.4.1. Estrategia Adaptativa	15
3.4.2. Aprendizaje	15
4. Resultados	19
4.1. Modelo de Precios Adaptativos	19
4.2. Modelo de Aprendizaje	25
5. Conclusión	28
Referencias	30
A. Algoritmos	31
A.1. Parámetros	31
A.2. Algoritmo de Creación de Centro Mercantil	32
A.3. Quiebra de Firmas	34
A.4. Decisión de los Hogares	35
B. Código para Matlab	36
B.1. Modelo con precios adaptativos	36
B.2. Modelo con aprendizaje	45

1. Introducción

El presente trabajo desarrolla un modelo de simulación de múltiples agentes que participan del proceso de creación y consolidación de nuevos mercados. Los agentes pueden ser de dos tipos, hogares o firmas. Los postulados acerca del comportamiento de los agentes intentan capturar ciertos aspectos de la realidad tales como el crecimiento y expansión de centros mercantiles (definidos como un conjunto de empresas contiguas) y la búsqueda permanente de mejores alternativas de compra por parte de los hogares.

El aspecto central del modelo radica en la racionalidad limitada atribuida a ambos tipos de agentes. Las limitaciones de los hogares consisten en memoria imperfecta e incapacidad para explorar todo el conjunto de alternativas disponibles, de modo que maximizan utilidad eligiendo dentro del conjunto restringido de alternativas, como si fuesen las únicas que tienen disponibles. Además la exploración de las alternativas es en parte estocástica y en parte adaptativa basada en información del pasado inmediato, lo que lleva a cometer errores con frecuencia y, eventualmente, quedándose fuera del mercado.

Las limitaciones de las firmas son la incapacidad por conocer la estructura del mercado en el cual operan y el tamaño de la demanda. En el trabajo se implementan dos estrategias diferentes, una agresiva y otra conservadora. La agresiva está basada en expectativas adaptativas y consiste en ajustar precios intentando maximizar ventas. La conservadora representa un aprendizaje bayesiano de los parámetros de la demanda que enfrenta y finalmente el precio es resultado de la maximización de beneficios esperados neutral al riesgo. En cualquiera de las dos estrategias las firmas perciben con claridad los cambios acontecidos en su entorno inmediato, pero no son capaces de distinguir los cambios que provienen del resto del mercado.

Tanto firmas como hogares están dispuestos en una red regular, cuyos nodos pueden albergar solo un agente. Los hogares exploran en la red y son capaces de conocer el estado de los nodos con un grado de contigüidad acotado. En este trabajo no está previsto que los hogares establezcan vínculos con otros hogares y favorezcan el “contagio” de información. Diferente es el caso de las firmas que pueden establecer vínculos con sus vecinas y conformar lo que se denominará “centro mercantil”. Los centros mercantiles agrupan a firmas contiguas (al menos inicialmente) que acuerdan repartir la demanda y fijar precios en forma conjunta. Este tipo de colusión es un extremo que parece poco realista, pero es útil a los efectos de observar la evolución de la disposición geográfica de las firmas.

Inicialmente la red está formada sólo por hogares, pero a medida que el tiempo transcurre se activan aleatoriamente nodos que se convierten en firmas. Este proceso da lugar a la aparición de centros mercantiles. Pau-

latinamente, los centros ya establecidos (formados por una o más firmas), cuando ven incrementar sus beneficios a nivel de firma, son tolerantes a la incorporación de un nuevo miembro, el cual es activado aleatoriamente desde el entorno inmediato al centro mercantil.

La literatura tradicional relativa a Organización Industrial es concluyente en cuanto a los problemas de localización de firmas y competencia por precios en modelos con productos diferenciados. En la próxima sección se comentan brevemente los resultados de algunos de estos modelos. Claro está que la competencia por precios obliga a las firmas a diferenciarse al máximo para atenuar los efectos de la competencia. Literatura reciente que combina la metodología de programación dinámica con el tratamiento de costos por cambiar de proveedor (que favorece mercados repartidos y poco agresivos) y de los efectos de red instalada (que favorece la concentración de mercados, con firmas agresivas), ha podido demostrar que existen condiciones particulares bajo las cuales es factible esperar que emerjan mercados en los cuáles conviven empresas que eligen diferenciarse bastante menos que lo predicho por la literatura tradicional.

Este trabajo muestra que pueden competir distintos centros mercantiles con escaso grado de diferenciación y repartirse el mercado por largos periodos de tiempo. También muestra que este tipo de equilibrios no son robustos a los shocks negativos de demanda y, que pequeños cambios del entorno pueden inclinar la balanza hacia algún centro mercantil, provocando la desaparición de otro. Además muestra que el número de firmas en el mercado puede ser un variable cíclica con variabilidad mayor que el nivel de precios promedio.

2. Literatura relacionada

En este apartado se ofrece una breve descripción de conceptos sobre los cuales discutiremos más adelante. En primer lugar, se presenta el marco de referencia sobre el cual nos situamos, en relación a la noción básica del estudio de la competencia imperfecta entre firmas. En este sentido, se revisan los modelos de Cournot y Bertrand para el caso de productos homogéneos y un tercer modelo que surge de las críticas a estos dos modelos. En segundo lugar, se aborda la competencia con diferenciación de producto y, por último, se hace referencia al modelo computacional de Robert Axtell (1999), el cual guarda cierta analogía con el modelo desarrollado en el presente trabajo.

2.1. Bienes Homogéneos

En el modelo de competencia por cantidades de Cournot (corto plazo), existen 2 firmas que maximizan beneficios eligiendo cantidades, tomando como dadas las expectativas sobre la producción de la otra empresa. Las

cantidades son elegidas de manera tal que el ingreso marginal iguale al costo marginal. A su vez, esta elección genera una externalidad negativa al resto de sus competidoras, traducida en una reducción en el precio (ya que éste depende de la cantidad de mercado y no de la cantidad individual). Consecuentemente, se tiene que los beneficios de la industria no son máximos. Los precios resultan ser menores y las cantidades mayores respecto al equilibrio de monopolio, donde la elección de cantidad repercute en el precio.

En cuanto a los costos de la industria, éstos no son mínimos, excepto que las empresas sean simétricas con respecto a sus costos marginales. Otras conclusiones que se extraen de este modelo tradicional son: a medida que aumenta el número de empresas, tanto el precio de mercado, las cantidades, como los beneficios individuales disminuyen, mientras que la cantidad de mercado aumenta; cuando $n \rightarrow \infty$ el equilibrio de Cournot tiende al equilibrio competitivo.

El análisis anterior es válido en el corto plazo, cuando es razonable suponer un número fijo de empresas. En el largo plazo, pueden existir incentivos para que otras empresas se incorporen. Pero surge la pregunta ¿hasta que punto? Naturalmente, considerando la inexistencia de barreras a la entrada, las empresas estarían incentivadas siempre que obtengan beneficios positivos, es decir, el factor de decisión lo constituye la existencia de los costos fijos.

En la competencia por precio de Bertrand, las empresas maximizan beneficios eligiendo precio, dada la elección de la otra empresa, siendo las cantidades determinadas por el mercado. La competencia es simultánea por la provisión del bien homogéneo, donde los agentes consumen bienes ofrecidos al precio más bajo. En el equilibrio, las empresas igualan el precio al costo marginal.

Ahora bien, en un modelo de oligopolio con productos homogéneos, las predicciones resultan diferentes si la competencia es por precio o si es por cantidades. En este sentido, uno de los modelos que se revisa es el modelo de Elección de Capacidad ex ante y Competencia por precios ex post (Kreps y Scheinkman, 1983), que se deriva de las críticas realizadas a los modelos tradicionales, comentados anteriormente.

Se construye un juego de dos etapas donde las empresas, en la primera etapa, eligen al mismo tiempo capacidad y, en la segunda etapa, compiten eligiendo precios, teniendo pleno conocimiento de lo acontecido en la primera etapa. ¿Cuál es el resultado? Se elige una capacidad igual a la cantidad de Cournot siempre que la demanda sea cóncava y la regla de racionamiento sea eficiente. ¿En qué consiste la solución del juego? Se busca el equilibrio en un subjuego perfecto que comprende las dos etapas que se mencionaron previamente. El equilibrio es consistente con la elección de precio al que utilizan toda su capacidad. Cuando las capacidades son muy grandes, el equilibrio se alcanza en estrategias mixtas.

2.2. Diferenciación de producto

Al relajar el supuesto de producto homogéneo, es posible analizar el efecto de la diferenciación de productos sobre la intensidad de la competencia por precios y la demanda de productos. Los consumidores pueden percibir un producto de diferentes maneras, dado que el mismo está definido en función a una serie de características propias. En este sentido, se presenta una breve referencia de algunas teorías tradicionales sobre la diferenciación de productos.

La concepción tradicional supone que la diferenciación horizontal viene explicada por la inclusión de costos de transporte en el producto. Hotelling (1929) introduce el concepto de ciudad lineal. Considera una ciudad lineal, con consumidores distribuidos uniformemente en la misma, dos empresas se localizan en algún punto, los consumidores pagan un precio que adicionalmente se encuentra incrementado por un costo de transacción (costo de transporte) en función a la distancia que recorre entre su ubicación y la de la empresa y supone que estos costos son cuadráticos en la distancia.

Ahora bien, ¿Cómo resulta la obtención del equilibrio en precios y localizaciones? La competencia se sucede en dos etapas: en la etapa I, las dos empresas eligen simultáneamente ubicación anticipando la competencia *ex post* y en la etapa II, dada la ubicación, las empresas eligen simultáneamente precios.

D'Aspremont y otros (1979) demuestran que el equilibrio en localización con costos cuadráticos implica máxima diferenciación: las empresas se sitúan en los extremos del segmento o en las esquinas. Cada una de las empresas se sitúa lo más alejada posible de su rival para diferenciar el producto y minimizar el efecto de una reducción del precio del rival sobre su demanda.

Otro de los enfoques, presenta el análisis de la competencia por precio con productos diferenciados donde aparece la entrada de empresas. Naturalmente, la barrera de entrada viene dada por los costos fijos. El modelo de Salop (1979) "ciudad circular", supone que los agentes están distribuidos uniformemente alrededor de una circunferencia de perímetro igual a 1 y los consumidores pueden comprar a n empresas ubicadas en la circunferencia. La demanda es unitaria y el costo de transporte es lineal en la distancia. Cuando estas empresas se ubican, incurren en un costo fijo y se supone que enfrentan la restricción de ubicarse equidistantemente.

¿Cómo se define la competencia? El juego, al igual que en el enfoque anterior, se define en dos etapas: (i) en la primera, las empresas eligen simultáneamente y no-cooperativamente entrar y (ii) una vez definida su ubicación, las empresas compiten por precios y atienden su demanda. Al igual

que en el caso de competencia a la Cournot con entrada, las empresas fijan precios por encima del costo marginal y tienen beneficios nulos. ¿Cuáles son los resultados de este modelo? (a) Si aumentan los costos fijos, cae el número de empresas, por ende van a existir menos empresas atendiendo una mayor demanda, lo que se traduce en un aumento del margen; (b) Si aumenta el costo de transporte o la desutilidad de alejarse del producto preferido (visto como un aumento en la posibilidad de diferenciación), aumenta el margen en el corto plazo, lo que induce un aumento en el número de empresas; (c) Cuando el costo de entrada o costo fijo de producción se hace muy pequeño, el número de empresas aumenta cuantiosamente. Cada consumidor compra un producto bastante cercano a su preferido, y el mercado se aproxima al competitivo.

2.3. Agentes Múltiples

Robert Axtell (1999), simula cómo las firmas se auto-organizan dentro de una población heterogénea de agentes con racionalidad acotada, quienes interactúan localmente. Estos agentes resultan ser maximizadores locales de utilidad, resultando suficiente para la aparición de grupos de multiagentes. Estos grupos poseen características que sugieren la presencia de una firma.

Los argumentos sobre los cuales se funda, sostienen que cualquier teoría de la empresa basada en el equilibrio microeconómico resulta poco probable que explique los datos empíricos sobre el tamaño de la empresa, la tasa de crecimiento y la emergencia de regularidades agregadas. Desde la perspectiva multi-agente, las empresas exitosas son aquellas que pueden atraer y retener trabajadores productivos; visión diferente de la convencional maximización de beneficio de la firma.

Los supuestos relevantes son: i) Modelo con agentes heterogéneos que forman firmas; ii) Cada agente tiene preferencias por el ingreso y por ocio. A su vez, proporciona una variable input a la producción; iii) Existen rendimientos crecientes en la cooperación, lo que conduce a la auto organización de grupos productivos (dentro de cada grupo la producción se divide en igual proporción); iv) El individuo ajusta periódicamente su nivel de esfuerzo para maximizar su utilidad de no cooperar; v) El agente puede unirse a otras firmas o crear una nueva. Cuando la empresa comienza a ser grande los agentes tienen pocos incentivos a ofrecer esfuerzos, dado que la participación en los beneficios de cada agente es relativamente insensible a su nivel de esfuerzo, dando lugar a los free riders. Esto último se convierte en algo común en la empresa grande, los agentes migran a otras empresas y la firma grande decrece. Con esto se evidencia que teóricamente debe existir un equilibrio de Nash del nivel de esfuerzo dentro de cualquier grupo. Sin embargo puede ocurrir que estos sean: a) Pareto-dominados por configuraciones de

esfuerzos emergentes; b) inestable dinámicamente, para un tamaño de grupo suficientemente grande.

La dinámica del equilibrio se realiza en base a un agente basado en un modelo computacional. Los individuos inicialmente son empresarios que poseen una empresa unipersonal, es decir, trabajan en su propia empresa. Cuando son activados aleatoriamente, descubren que optimizan producción a través de la cooperación. Al principio, muchas firmas crecen y surgen patrones. Con el tiempo estas empresas se expanden dado que aparecen más agentes interesados en unirse a ellas, pero luego, el contrato free riding se convierte en endémico. Esto se traduce en el nacimiento de nuevas firmas que surge de agentes descontentos. En consecuencia, el total de número de firmas varía todo el tiempo ya sea por la entrada de nuevas firmas o la desaparición de firmas debido a la aparición de free riding. Las firmas crecen y mueren, hay una adaptación permanente y cambios a nivel micro y la composición de cada firma en cualquier instante es una senda dependiente.

Dado que los agentes logran una mayor producción cuando trabajan en forma cooperativa, estos individuos, por ende, logran una mayor utilidad individual. A medida que las firmas crecen (se supone que los agentes se sienten atraídos por los altos ingresos de las firmas) y la producción aumenta, la participación en la producción también aumenta pero el agente comienza a experimentar cada vez más una mayor insensibilidad de su participación en el nivel de esfuerzo por lo que su nivel de esfuerzo óptimo (a la firma pero no a nivel de firma unipersonal) comienza a disminuir progresivamente. A niveles agregados el nivel de esfuerzo en promedio permanece constante.

La distribución del tamaño de la firma (interpretado como el número de agentes en un grupo o volumen de la producción) a través de industria es una ley de potencia. Tanto la distribución del tamaño de la firma como la distribución de la lifetimes de estas, también siguen una ley de potencia.

En relación a la dinámica de la firma individual, además, se intenta analizar el ciclo de la vida de la firma. En este sentido, se observa algunas de las características de su ciclo que van desde el crecimiento de la firma, su cambio en la composición, el inicio del parasitismo (los free riders) y su desaparición definitiva. Si se analiza el ciclo de la vida de la empresa desde la composición de la firma por tipo de agente, rápidamente se evidencia que inicialmente, la firma se encuentra dominada por agentes cuyas preferencias son altas respecto del ingreso, con el tiempo existe la tendencia a incorporar individuos con más bajas preferencias por el ingreso que valoran más el ocio; el resultado es la quiebra de la firma dada la gran presencia de agentes con niveles de esfuerzo menores, participantes del free riding.

Como resultado, en este modelo microeconómico de la formación de la firma, los agentes constantemente se adaptan a las circunstancias sociales en las que se encuentran y periódicamente saltan de una firma a otra o

ponen en marcha una nueva firma. Asimismo, existe un ciclo de la vida en la empresa que comparte ciertas cualidades similares a las firmas actuantes en el mundo real. Están integradas por individuos que prefieren ingreso a ocio. Sin embargo, el número de free riders crece en el tiempo lo que lleva a la dilución de la participación del ingreso del agente, la salida de los agentes más productivos de la firma y el colapso de la producción de la empresa.

3. Metodología

3.1. Construcción del modelo

Siguiendo la tradición iniciada con los modelos de ciudad lineal, se define una “ciudad” en la cual habitan hogares y empresas. Por razones de simplicidad computacional, se la implementa como una red cuadrada de $L \times L$ nodos. La forma de red constituye una versión discreta de los modelos de ciudad con un continuo de consumidores, al cual acudiremos más adelante a modo de aproximación. Por razones de simplicidad teórica y computacional, los bordes de la red están conectados.

Cada nodo alberga un agente económico, el cuál puede ser una empresa o un hogar, pero no ambos al mismo tiempo. Así, la suma del número de hogares y el número de empresas arroja la población total L^2 . Al inicio, los hogares representan una proporción mucho más alta que las empresas, respecto de la población total.

Cada una de las empresas existentes pertenece a un centro mercantil. En total, en cada momento t existen M_t centros, formados cada uno de ellos por al menos una firma. En todos los casos evaluados en el trabajo se comienza con un centro mercantil ($M_1 = 1$). El número de empresas que lo conforman está determinado aleatoriamente dentro del intervalo $[I, S]$. La Figura 1 muestra un ejemplo de red de tamaño $L = 10$. Los nodos en color oscuro indican que están ubicados por firmas. Las líneas sólidas enlazan los firmas que pertenecen a un mismo centro mercantil. Los nodos sin relleno, indican que lo ocupa un hogar que no puede constituirse en un centro mercantil diferente. Es decir que a cada centro mercantil lo rodea una zona protegida cuyo tamaño lo establece el parámetro Z . En algunas simulaciones se puede hacer $Z = 0$ sin inconvenientes.

Los bienes ofrecidos por las firmas son homogéneos y la única diferencia entre ellos es la ubicación de las mismas y, por lo tanto, la distancia que debe recorrer un consumidor para acceder a él. Cada centro mercantil m fija, en el momento t , un precio $P_{t,m}$ por el bien.

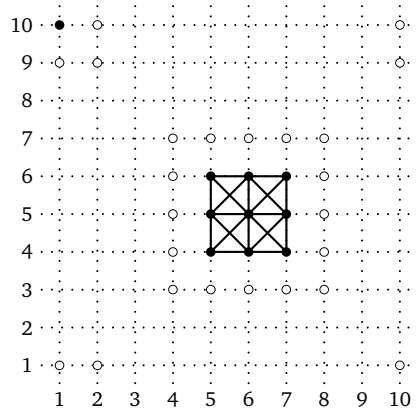


Figura 1: Mapa de una Ciudad con $L = 10$. Se muestran dos centros mercantiles uno de tamaño $r_1 = 1$ ubicado en $(1, 10)$ y otro de tamaño $r_2 = 3$ ubicado en $(5, 4) : (7, 6)$. Ambos centros están representados por nodos negros. Los nodos blancos representan aquellos protegidos, $Z = 1$.

3.2. Dinámica de los Hogares

3.2.1. Preferencias

Las familias no poseen información perfecta sobre la existencia de todos los centros mercantiles y sobre sus precios. La única información disponible que tienen es la ubicación de la firma en la que compraron en el período anterior y el precio que se cobra en ese lugar al momento presente. Este postulado es clave en el modelo porque establece la limitación de “memoria corta”, que impide a los consumidores aprender el mapa de la ciudad. Esa limitación, extrema y poco realista, es útil para justificar el mecanismo de exploración que se describe mas adelante. Este tipo de mecanismo de memoria tiene correlato en la realidad en aquellos mercados donde la empresa y el cliente establecen un vinculo, mediante el cual el consumidor recibe promociones, información de precios y otros servicios, siempre que se mantenga como cliente, rompiéndose el vinculo cuando se cambia de proveedor.

Como el bien que se transa en este mercado es homogéneo, y los consumidores son todos idénticos siendo la única diferencia entre ellos el nodo que ocupan, la utilidad que derivan del consumo puede expresarse en términos de la valoración por los atributos intrínsecos del bien (O), del costo monetario que debe pagar y del costo de transporte que debe incurrir para comprar.

$$\text{Utilidad} = O - P_{t,m} - \tau \quad (1)$$

donde τ es la medición de distancia debe recorrer para llegar a la firma.

Aquí opera la racionalidad de las familias. Entre las alternativas disponibles, formadas por lo que recuerde y lo que encuentre, buscará maximizar utilidad, restringido a que sea positiva. Esto es lo mismo que minimizar sus costos de ir a algún centro mercantil m , restringido a que el costo sea menor o igual a O .

Este criterio de elección puede dejar al consumidor sin comprar y, en consecuencia, sin memoria para el período siguiente. Esto implica que el consumidor insatisfecho quedará fuera del mercado hasta que encuentre otro proveedor.

3.2.2. Exploración

La Figura 2 muestra el mecanismo de exploración de los hogares. En primer lugar, cada hogar elige aleatoriamente un nodo al cual “visitar” (también es posible interpretar esta exploración como información que llega en forma aleatoria al consumidor a la que éste puede prestar o no atención, por ejemplo: publicidad). El nodo visitado provee información del mismo nodo y de todos los nodos vecinos que se encuentran a menos de H filas o columnas. Es decir que la exploración aporta información acerca de una región cuyo centro es el nodo elegido.

Si no se encuentra una alternativa que satisfaga la expresión 1 y no se recuerda ningún lugar anterior (o el lugar que recuerda quebró), entonces continúa fuera del mercado. Si no encuentra pero sí recuerda un lugar, entonces regresa al nodo donde compró en el período anterior y se informa sobre su entorno (definido por H). Entonces elige, la mejor alternativa siempre que satisfaga sus utilidad. De esta manera se repite el proveedor o se elige un vecino. Si el precio en esa región ha aumentado, puede que se quede sin comprar.

Si, por el contrario, encuentra durante la primera exploración y estaba fuera del mercado, entonces compra en un lugar nuevo. Si encuentra y también recuerda, entonces compara la mejor alternativa nueva con el viejo proveedor. Puede que convenga comprar al proveedor nuevo o regresar al viejo. En el segundo caso, se informa sobre el entorno y evalúa la posibilidad de repetir proveedor o comprar a un vecino.

Como podrá notarse, el efecto de la competencia entre firmas cercanas es intenso y es de esperar que exista una alta correlación entre sus precios y volúmenes de venta. Sin embargo, el efecto entre firmas lejanas existe pero es menor y se transmite gracias al proceso de exploración.

El costo efectivo de cada familia, en el nodo ubicado en (i, j) , será denotado como $CE_{(i,j)}$. Este costo efectivo está determinado por el precio de venta en cada centro mercantil más los costos asociados a la distancia que

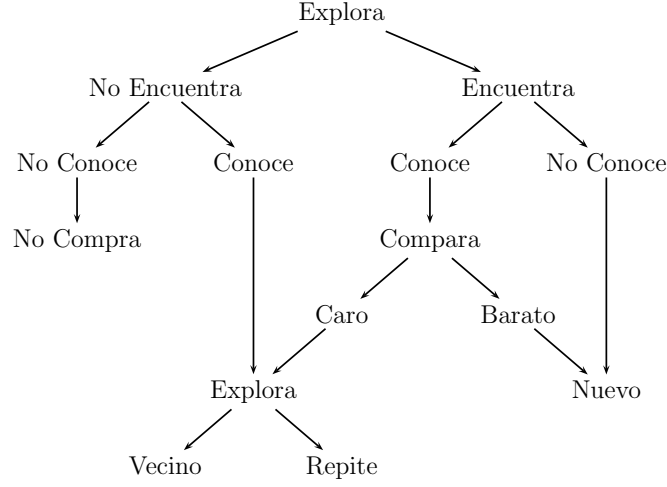


Figura 2: Diagrama del proceso de decisión del Hogar

recorre para concretar su compra:

$$CE_{(i,j)} = P_{m,t} + \tau_{(i,j)} \quad (2)$$

donde $\tau_{(i,j)}$ recoge los costos de las distancias recorridas por la familia, incluyendo el desvío en el trayecto introducido por la exploración. Nótese que una firma que logra captar un cliente, en el período siguiente cuando éste regresa, no tiene la misma disposición a pagar por el bien, ya que esta disposición a pagar sufre un shock aleatorio en cada período debido a la exploración.

Las familias, al salir a hacer una exploración de nuevas ofertas, estarán en la nueva coordenada (i', j') , el costo efectivo de compra es la distancia total que tendrá que recorrer la familia para hacer su compra y luego retornar a su hogar (ubicación (i, j)). Estas distancias serán medidas de la siguiente forma:

$$\tau_{(i,j)} = \left(d_x^\beta + d_y^\beta\right)^{\frac{1}{\beta}} + \left(d_{x'}^\beta + d_{y'}^\beta\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (3)$$

donde d_x indica las columnas que debe cruzar el consumidor para llegar desde la firma del centro m y su ubicación (i, j) , y $d_{x'}$ indica las columnas que median entre la firma y el destino de exploración (i', j') . d_y y $d_{y'}$ son el análogo a los anteriores pero miden filas.

El parámetro $\beta \in (1, 2)$ es utilizado para expresar preferencias por las distancias diagonales. La Figura 3 muestra los conjuntos de preferencias según diferentes valores de β .¹ Asimismo, las distancias entre los componentes

¹Si $\beta = 2$ la distancia entre las coordenadas es una recta (la hipotenusa), mientras que si $\beta = 1$ entonces la distancia será la suma de los componentes de las coordenadas.

de las coordenadas se determinan así:

$$d_x = \min \{|i - i''|, L - |i - i''|\}$$

$$d_y = \min \{|j - j''|, L - |j - j''|\}$$

donde L es el lado de la cuadrilla y se calcula así porque que los bordes están conectados, y (i'', j'') es la posición del centro elegido.

3.3. Dinámica de Firmas

Un centro mercantil es un conjunto de firmas ubicadas en nodos contiguos al momento de su creación. Cada firma puede ocupar uno y sólo un nodo, tal que para expandirse geográficamente, debe acordar con otras y formar un centro. En principio, la expansión geográfica es deseable para la firma, porque eso permite incrementar la probabilidad de ser encontrado. Si bien el costo unitario C , tal como se explica mas adelante, es constante y actúa en la dimensión de las cantidades, el costo fijo F actúa en la dimensión de la diferenciación, ya que debe incurrir en este costo por cada nodo que ocupe el centro.

Las empresas producen un bien que es homogéneo en cuanto a sus características intrínsecas incurriendo en un costo unitario constante C . A pesar de ocupar solo un nodo, no tienen restricciones de capacidad de producción. En cada período enfrentan costos fijos F y al iniciar la actividad por única vez incurrir solamente en un costo de entrada E . Ese momento se considera un periodo de inversión en el cual todavía no producen.

Estas características son idénticas para todas las firmas, por lo que no varían en el tiempo, ni en ubicación, ni son afectadas por la pertenencia a un centro mercantil.

En cada período cobran un precio $P_{m,t}$ que es decidido en forma conjunta con las demás firmas del centro mercantil (más adelante se describe el proceso de decisión). Los hogares compran a un centro mercantil, de modo que cada centro reparte la producción en partes iguales entre sus miembros. Es decir el centro actúa como un acuerdo colusivo en precios que asigna la producción en cuotas iguales.

Este supuesto evita que las firmas más jóvenes puedan aprovechar la ventaja que poseen para captar clientes por estar ubicadas en la periferia geográfica del centro. De hecho, las empresas jóvenes son las más vulnerables a quebrar, como se muestra en los proximos apartados.

En el momento $t = 0$ el flujo de caja de una firma de edad k que forma

parte del m -ésimo centro es

$$\pi_{0,m,t} = -E \quad (4a)$$

$$\pi_{k,m,t} = (P_{m,t} - C) \frac{V_{m,t}}{K_{m,t}} - F \quad (4b)$$

donde $V_{m,t}$ son las ventas realizada por el centro m y $K_{m,t}$ el número de firmas que componen el centro.

3.3.1. Creación de Centros Mercantiles

Al ingresar al mercado, las firmas pueden adherir a un centro mercantil existente, o bien formar un centro nuevo. En el segundo caso se debe verificar que la firma entrante no se instale en un nodo ocupado o protegido. Los nodos protegidos son aquellos que se encuentran a una distancia menor o igual a Z de un nodo ocupado.

Al crearse un centro mercantil, el número de firmas que lo componen es aleatorio en el intervalo $[I, S]$. Si $S = I = 1$, entonces queda prohibida la colusión inicial. La ventaja que posee una firma al formar parte de un centro mercantil es que evita competir a la Bertrand con sus vecinas, ya que deciden precios en forma conjunta. La creación ocurre en cada período con probabilidad P y se crea un centro por vez.

Las empresas nuevas que surjan en zonas contiguas a un centro existente, deben pertenecer al mismo. Por lo tanto para que una empresa nueva constituya un nuevo centro, esta no debe ser vecina a uno existente. El parámetro Z establece el número mínimo de nodos que definen la separación mínima de un centro con otro. En el apéndice A.2 se explica el algoritmo con más detalle.

Puesto que el mecanismo de creación de centros nuevos se activa aleatoriamente, no es factible explicar endógenamente la dinámica de creación. Tampoco es factible contrastar el modelo de Hotelling presentado en la sección de literatura previa, dado que la determinación de la ubicación también es aleatoria. En este sentido, se obliga a las firmas establecidas y entrantes a aceptar el hecho de que puedan estar demasiado cerca.

Por otro lado, la dinámica de fijación de precios (la segunda etapa en el modelo de Hotelling) y la decisión de cierre de las firmas no es aleatoria, como se explica en los próximos apartados. De esta manera la iteración repetida de cada proceso da lugar a la supervivencia de ciertas firmas.

El mecanismo de supervivencia permite extraer conclusiones acerca de la optimalidad de ciertas configuraciones geográficas que son totalmente aleatorias y caprichosas en un principio, pero luego adquieren una configuración determinada por la evolución del sistema.

3.3.2. Expansión de Centros Mercantiles

El mecanismo mediante el cual se incorporan empresas a un centro mercantil existente, es bastante sencillo y rudimentario. Lejos de hacer un análisis de optimización intertemporal, los centros deciden aceptar un nuevo miembro en el momento t solamente cuando los beneficios en t sean mayores que en el período inmediato anterior. Cada vez que esta situación se presenta, uno y sólo un hogar contiguo al centro es elegido de forma aleatoria y convertido en empresa.

A partir de este proceso, los centros mercantiles pierden la forma regular con la que son creados. Combinado con la posibilidad de quiebras, se producen ciclos de expansión y contracción de los centros.

3.3.3. Quiebra de Firmas

Cada empresa tiene responsabilidad limitada y tienen acceso a un mercado de crédito que cobra la tasa R por financiar los déficits de caja. Los flujos de caja se acumulan dando lugar a resultados que pueden ser positivos o negativos. Siempre que sean negativos deberán acudir al endeudamiento para cubrirlo, y cuando sean positivos se reparten dividendos a una tasa G . Para una firma del m -ésimo centro, de edad k en el momento t , los beneficios acumulados siguen el siguiente proceso dinámico

$$\Pi_{k,m,t+1} = \begin{cases} (\Pi_{k,m,t} + \pi_{k,m,t})(1 - G) & \text{si } (\Pi_{k,m,t} + \pi_{k,m,t}) \geq 0 \\ (\Pi_{k,m,t} + \pi_{k,m,t})(1 + R) & \text{si } (\Pi_{k,m,t} + \pi_{k,m,t}) < 0 \end{cases}$$

El acceso al mercado de crédito está restringido a Q períodos consecutivos. Si la empresa persiste Q períodos con resultados acumulados negativos está obligada a cerrar. En el Apéndice A.3 se explican todos los procedimientos que deben realizarse para actualizar el estado de todo el sistema cada vez que las empresas quiebran.

Anteriormente se enunció que las firmas más jóvenes eran las más vulnerables. Dicha afirmación se sostiene teniendo en cuenta que las empresas de mayor edad disponen de beneficios acumulados positivos, mientras que las firmas nuevas no. Cuando se enfrentan shocks negativos de demanda, la reducción de la producción afecta sobre los flujos de cajas de todos los miembros del centro. Las firmas viejas tienen posibilidad de usar sus beneficios acumulados para financiar su déficit, mientras que las nuevas deben acudir al endeudamiento. En consecuencia, las primeras en quebrar suelen ser las firmas jóvenes dentro de un centro.

3.4. Elección de Precios

3.4.1. Estrategia Adaptativa

La estrategia de fijación de precios adaptativa, tiene en cuenta tanto la variación de las ventas en el tiempo, como una estimación de la cuota en el mercado local. Las variaciones en las ventas simplemente se calculan

$$\Delta V_{t,m} = V_{t,m} - V_{t-1,m},$$

Las variaciones en la cuota de mercado local, se estiman calculando la demanda. Se supone que los centros son capaces de saber cuántos son los hogares que los conocen en cada período, $X_{t,m}$.

$$\Delta X_{t,m} = X_{t,m} - X_{t-1,m}$$

la intensidad de la demanda se obtiene como el promedio ponderado de las variaciones de ventas y las variaciones en la cuota.

$$\theta_{t,m} V = \delta \Delta V_{t,m} + (1 - \delta) (\Delta X_{t,m} - \Delta V_{t,m})$$

donde $\delta \in (0, 1)$. En general, se pondera más las variaciones en las ventas.

El precio del período siguiente se corrige por una tasa σ calculada del siguiente modo.

$$\sigma = \frac{e^{\omega\theta}}{1 + e^{\omega\theta}} - \frac{1}{2}$$

donde ω es un factor de escala de ajuste. Notese que si $\omega = 0$, entonces $\sigma = 0$.

Finalmente, el precio se actualiza

$$P_{t+1,m} = P_{t,m} e^{\sigma}$$

y constituye un estrategia agresiva porque corrige hacia abajo cada vez que se pierden ventas o se pierde cuota. De esta manera se alcanza un proceso iterativa que simula una competencia de Bertrand. Cuando los centros se ubican muy cerca, el resultado que se espera es similar a la competencia con productos homogéneos, es decir que el precio converja al costo marginal.

3.4.2. Aprendizaje

Para explicar como funciona esta estrategia, se simplifica el modelo suponiendo que existe una única firma ubicada en el centro de la ciudad. Los hogares exploran para encontrar una firma donde comprar, y recuerdan solamente el ultimo lugar donde compraron. Una vez que conocen un lugar dejan de explorar y regresan a él. La razón por la que dejan de comprarle es porque éste modifica su precio por uno mayor o bien porque encuentren otra firma más barata (cosa que no puede suceder en este caso simplificado de monopolio).

Primer período, Decisión Estática. Cada visitante compra siempre que

$$\text{Utilidad} = O - p(1) - (d_x^\beta + d_y^\beta)^{\frac{1}{\beta}} \geq 0$$

donde d_x y d_y son el número de columnas y de filas que debe recorrer para llegar a la firma.

En principio se supone que el visitante proviene de cualquier ubicación con la misma probabilidad. Para computar cuál es el número de hogares que están dispuestos a pagar un precio p , se puede aproximar como si la red fuese un continuo de hogares. La Figura 3 muestra la forma de los conjuntos de hogares que están dispuestos a comprar a un determinado precio. En la versión de simulación, la red es limitada en tamaño a $L \times L$ nodos, de modo que estos conjuntos se ven restringidos por la forma cuadrada de la red.

$$X(p) = \begin{cases} A(O - p)^2 & \text{si } (O - p) \leq \frac{L}{2} \\ L^2 - \left\{ \frac{L}{2} - \left[(O - p)^\beta - \left(\frac{L}{2} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{\beta}} \right\}^2 (4 - A) & \text{si } (O - p) > \frac{L}{2}. \end{cases}$$

donde A es el área encerrada en la figura $x^\beta + y^\beta = 1$, por ejemplo para $\beta = 1$, $A = 2$, para $\beta = 2$, $A = \pi$.

A esta relación podemos llamarla *demanda poblacional*. Por simplicidad, se hará el supuesto que O tiene un valor tal que los límites de la ciudad no son operativos. Específicamente $O = \frac{L}{2}$, en consecuencia, la demanda es simplemente $X(p) = A(O - p)^2$. Sin embargo, la firma enfrenta una muestra aleatoria de la demanda poblacional. En promedio, la demanda que enfrenta la firma es

$$x(p) = \rho X(p). \quad (5)$$

Proposición 1 (Fijación de precio). *Asumiendo que el tramo relevante para fijar precio es aquel en que $O - p < \frac{L}{2}$, entonces el precio que maximiza beneficios en $t = 1$ es*

$$p(1) = \frac{O + 2c}{3} \quad (6)$$

Demostración. Dado que la demanda tiene la forma $\alpha(O - p)^2$, su elasticidad precio es

$$\eta = -\frac{p}{x(p)} \frac{\partial x}{\partial p} = \frac{2p\alpha(O - p)}{\alpha(O - p)^2} = \frac{2p}{O - p}$$

El precio que maximiza beneficios para un monopolista es aquel que satisface la condición de Lerner,

$$\frac{p - c}{p} = \frac{1}{\eta} = \frac{O - p}{2p}$$

Despejando p se tiene la proposición. ■

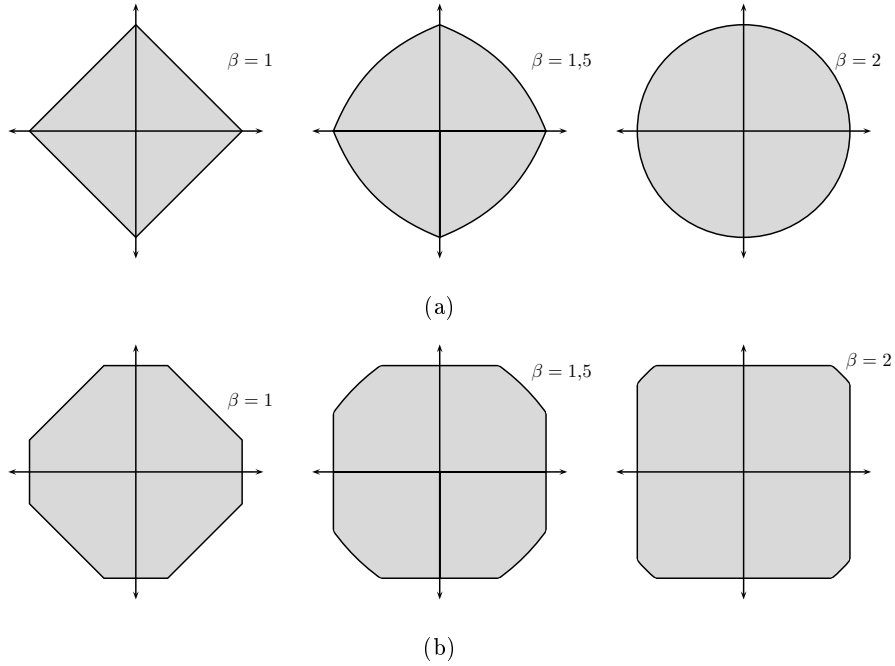


Figura 3: El origen representa la ubicación del monopolista. El área sombreada indica los nodos que deciden comprar. (a) Precio bajo tal que $O - p < \frac{L}{2}$. (b) Precio alto tal que $O - p > \frac{L}{2}$.

El precio de equilibrio que fija el monopolista que enfrenta la demanda poblacional, o una proporción de ella, depende únicamente del costo marginal, y de la valoración intrínseca del bien.

Esto es importante porque un monopolista neutral al riesgo que maximiza beneficios mirando la demanda esperada del período inmediato únicamente, sólo necesita conocer O .

Segundo Período. Decisión Estática En el momento $t = 2$, el número de visitantes que están dispuestos a pagar un precio superior o igual a $p(t - 1)$ está constituido por los que compraron ayer, más los que llegan por exploración,

$$x(p) = (1 - \rho)\phi X(p) + \rho X(p), \quad \forall p \geq p(t - 1) \quad (7a)$$

donde ϕ es la proporción de hogares que compraron en $t - 1$. En $t = 2$, entonces $\phi = \rho$, es decir que la demanda es un poco menos que el doble de la demanda del período anterior.

El número de visitantes que están dispuestos a pagar un precio menor a $p(t - 1)$ está constituido por los anteriores y los que llegan por exploración

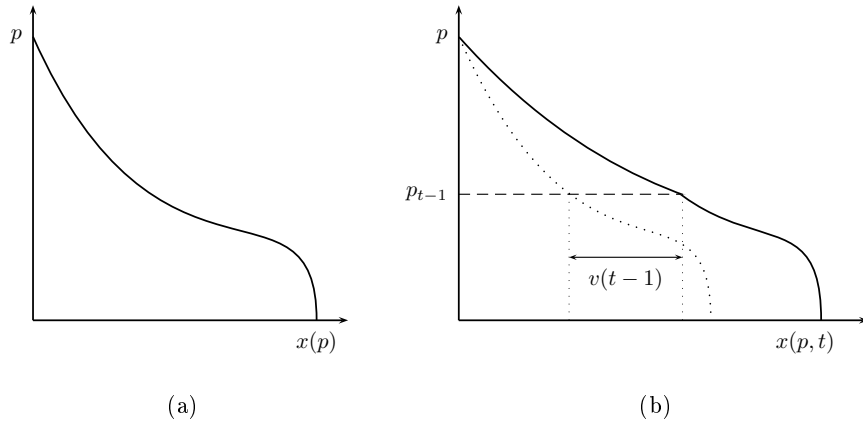


Figura 4: (a) Demanda esperada por el monopolista en $t=1$. (b) Demanda esperada e $t = 2$.

desde la región no abastecida.

$$x(p) = (1 - \rho)\phi X [p(t - 1)] + \rho X(p), \quad \forall p < p(t - 1) \quad (7b)$$

La demanda esperada ahora exhibe una discontinuidad ya que los consumidores que quedaron sin comprar $\rho \{X(0) - X [p(t - 1)]\}$ no recuerdan el lugar, mientras que los que compraron regresan con seguridad.

Dado que el tramo superior de la demanda sigue siendo proporcional a la demanda poblacional, el precio óptimo es $p = \frac{Q-2c}{3}$ siempre que $p(t - 1)$ sea menor o igual. Si $p(t - 1)$ es superior, entonces no hay solución en este tramo de la demanda.

Esto indica que para averiguar cuál es el precio de equilibrio hay que mirar el tramo inferior de la demanda.

En este caso la elasticidad precio es

$$\eta(p) = \frac{-pX'(p)}{\frac{1-\rho}{\rho}X[p(t-1)] + X(p)}$$

por lo que el margen sobre el precio

$$\frac{p - c}{p} = \underbrace{\frac{1 - \rho}{\rho} \frac{X[p(t - 1)]}{-pX'(p)}}_{>0} + \frac{X(p)}{-pX'(p)}$$

Si $p(t - 1) > \frac{Q-2c}{3}$ el equilibrio siguiendo el tramo inferior de la demanda exige un precio mayor o igual a $p = \frac{Q-2c}{3}$.

Proposición 2. *El máximo beneficio que se puede alcanzar en el segundo período se logra maximizando los beneficios del primer período, y el precio de equilibrio es el mismo.*

Demanda fluctuante Un problema del análisis previo es que la demanda es una realización aleatoria de la demanda poblacional, y además la firma no conoce el valor de O que es el parámetro relevante para fijar precio.

Note que $\rho = \rho(O, H, \beta)$, supondremos que tanto H como β es conocido por la firma. La pregunta es ¿Puede aprender la firma acerca del valor de O ? Por simplicidad asumiremos que $c = 0$, de modo que el precio óptimo de largo plazo es $p^* = \frac{O}{3}$.

Un potencial algoritmo que pone en practica la firma puede ser suponer un valor inicial para O , digamos O_1 , fijar el precio $p_1 = \frac{O_1}{3}$. Cuando la jornada de mercado finaliza, computa cuantos ventas se efectuaron, $v(p_1)$. Compara las ventas efectivas con la demanda esperada,

$$e_1 = v(p_1) - x(p_1|O_1)$$

En este desviación, hay tanto variabilidad de la demanda como error de estimación en O .

A continuación, la firma puede suponer un nuevo valor $O_2 = \lambda(e_1|O_1)$, donde $\lambda(\cdot)$ es una función que pondera el valor de e para evitar inducir ajustes innecesarios. Si $O_2 \geq O_1$, entonces la demanda esperada se calcula utilizando la expresión (7a), en cambio si $O_2 < O_1$ se utiliza la expresión (7b).

4. Resultados

4.1. Modelo de Precios Adaptativos

El modelo en su primera versión, con una dinámica de precios adaptativa, permite la aparición y expansión de los centros comerciales que se instalan de manera aleatoria. Cuando el mercado recién se inicia, las firmas tienen espacio suficiente para retener a los hogares que les compran. La Figura 5 muestra el mapa de firmas asentadas en la red de nodos, coloreadas según el centro mercantil al cual pertenecen. Teniendo en cuenta el radio de exploración de los hogares $H = 4$, el mapa de la izquierda, muestra en blanco los nodos que al ser visitados no proveen información acerca de las oportunidades de consumo y en color los nodos que brindan información acerca las firmas vecinas. la intensidad del color está asociado al número de empresas cuya información esta disponible en ese nodo. Los dos mapas inferiores de

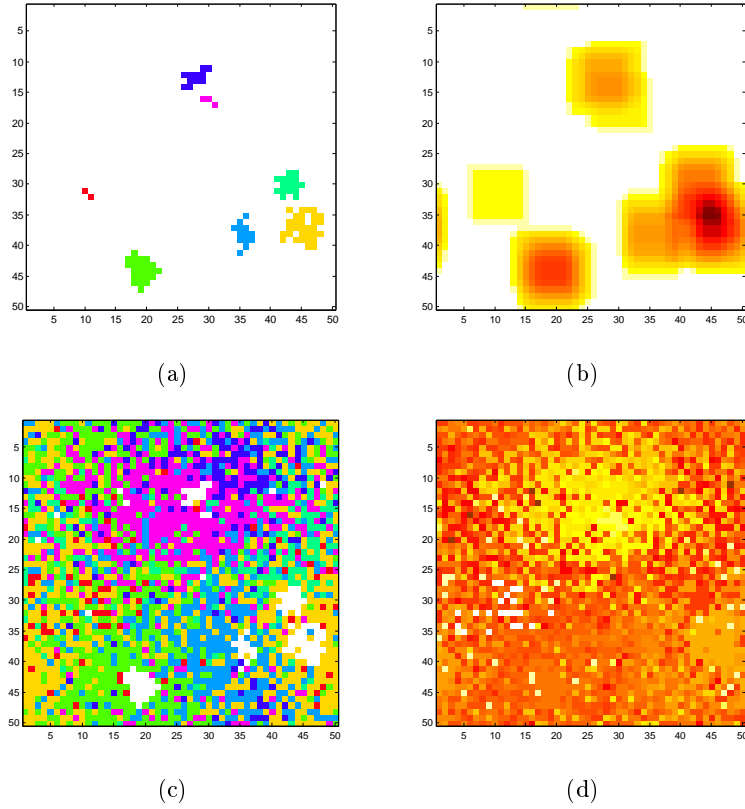


Figura 5: (a) Mapa de Centros Mercantiles en $t = 50$, cada color representa un centro distinto. (b) Este mapa indica en blanco los nodos que no brindan información. Los nodos más oscuros son los más informativos. (c) Indica el color del centro mercantil a cuál está comprando cada hogar. El color blanco indica que es una firma o un hogar fuera del mercado. (d) Indica el Costo efectivo que está incurriendo cada hogar, cuanto mas oscuro es el color, mayor es el costo.

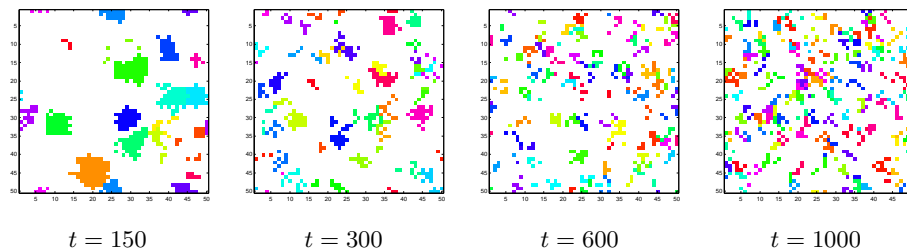


Figura 6: Sucesión de Mapas que muestran que en los centros comerciales se expanden hasta cierto punto a partir del cual el mercado se satura y comienzan a reducir sus tamaños.

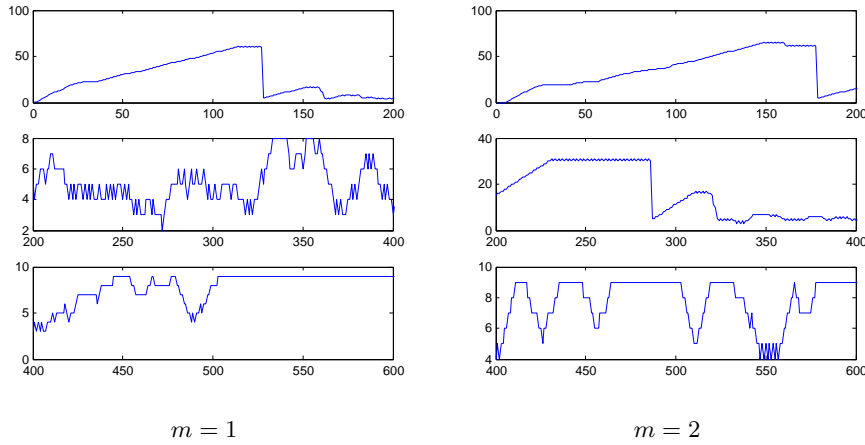


Figura 7: Evolución comparada en el tiempo del tamaño (medido como número de firmas) de los centros 1 y 2.

la figura muestran la situación de los hogares: el centro mercantil al cual compran y el costo efectivo que pagan.

En los primeros períodos de la simulación, se puede percibir claramente las áreas controladas por cada centro. A medida que el tiempo transcurre, el número de centros mercantiles crece y los mapas mencionados se vuelven menos informativos. La Figura 6 muestra la evolución en la conformación geográfica de los centros. Se observa que los centros, originalmente ubicados en nodos contiguos, en períodos más avanzados de la simulación pueden desprenderse y cada subgrupo seguir una trayectoria geográfica independiente, aunque el acuerdo se sigue manteniendo.

En la Figura 7 se comparan la evolución del número de firmas que componen el primer y segundo centro creados. En este caso, la tasa de acumulación de beneficios es alta $1 - G = 0,7$, de modo que los centros más viejos tienen posibilidades de acumular muchos beneficios en el período inicial durante el cual son prácticamente monopolistas. De esta forma eluden la condición de cierre, porque financian sus déficit con beneficios acumulados. Esto les permite tener un tamaño mayor al del promedio del mercado. En la Figura 8 se muestra la evolución del número de firmas agregado del mercado y el tamaño promedio de los centros mercantiles.

La condición de cierre provoca que cerca del 88 % de las firmas que se crean quiebran al décimo período, ya que $Q = 10$. El 1 % de las firmas creadas era sobreviviente en el período $t = 1000$ de simulación. La Figura 9 muestra el histograma de la variable duración de las firmas. En esa representación está excluido el 88 % de las que quiebran al décimo período.

La mortandad de firmas es tan alta cuando son nuevas, porque al in-

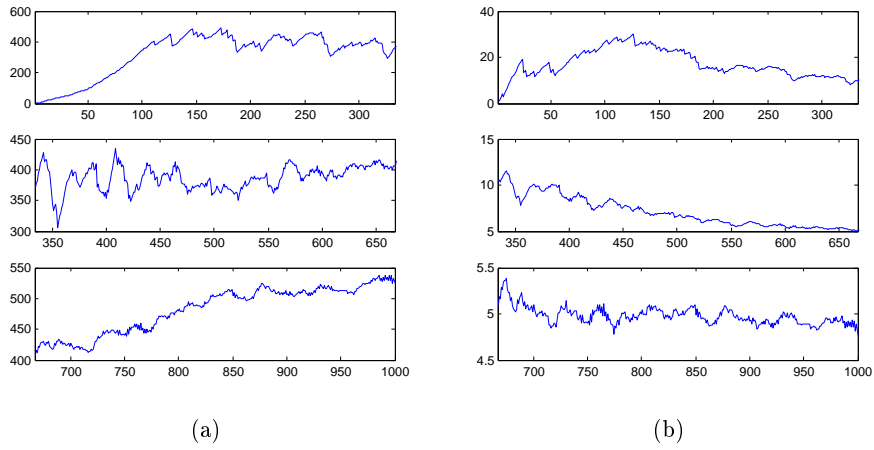


Figura 8: (a) Evolución del número de firmas en el mercado. (b) Evolución del tamaño promedio de los centros mercantiles.

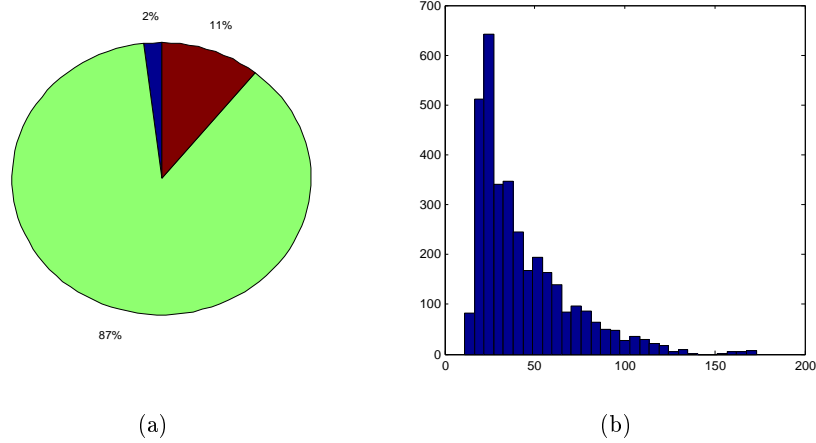


Figura 9: (a) En verde la proporción de firmas que quiebran inmediatamente, en azul las que sobrevivieron al finalizar la simulación. En colorado las que vivieron más tiempo que el mínimo pero quiebran en algún momento. (b) Histograma de la Edad de las firmas.

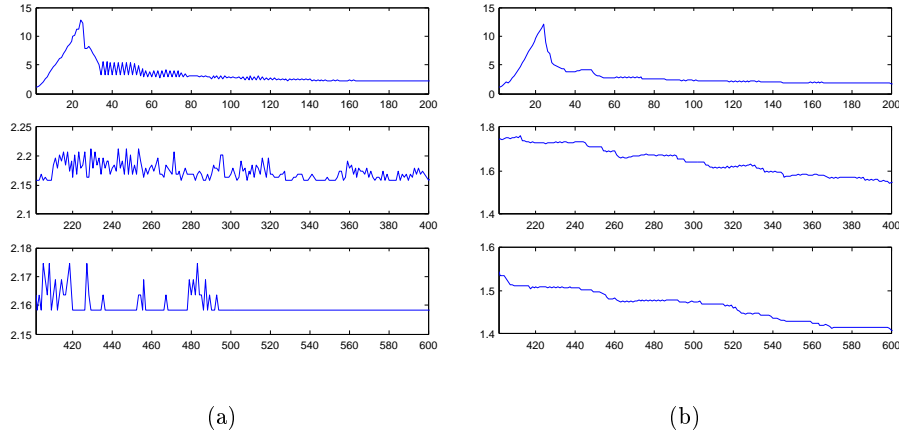


Figura 10: (a) Evolución del Precio fijado por el centro mercantil $m = 1$. (b) Evolución del precio promedio del mercado.

corporarse a un centro mercantil existente deben aceptar las condiciones de precios de ese momento, y por lo tanto no pueden disponer de un plazo en el cual acumular grandes beneficios, como si lo hacen las firmas fundadoras del centro. De esta manera se explica que a partir de cierto momento el crecimiento de los centros se estanca y aparece un mayor número de centros más pequeños.

La razón por la que las oportunidades de hacer beneficios en los centros ya consolidados es muy baja, está asociado al hecho que la estrategia de fijación de precios es muy sensible a los shock de la demanda que perciben. De esta manera en el período monopolista los precios escalan rápidamente hasta tener elevadas participaciones de mercado, de manera que son vulnerables a la competencia local y también global. Así los precios, comienzan a bajar a niveles de competencia, que las firmas nuevas no pueden afrontar. La Figura 10 muestra la evolución de precios para el primer centro mercantil, comparada con la evolución de precios promedio.

A pesar que el precio del centro 1 representado en la figura se mantiene por encima del precio promedio a lo largo de la simulación, sus flujos de caja no son máximos, y cuando el centro se vuelve longevo, sus flujos de caja son negativos de forma persistente. La Figura 11 refleja este comentario. Al mismo tiempo la estrategia adaptativa no le permite reaccionar cuando sus ventas caen, y le impiden captar el enorme mercado potencial de hogares que, a pesar de no comprarle lo tienen en cuenta, por estar muy cerca de sus competidores. La Figura 12 muestra dicha evolución.

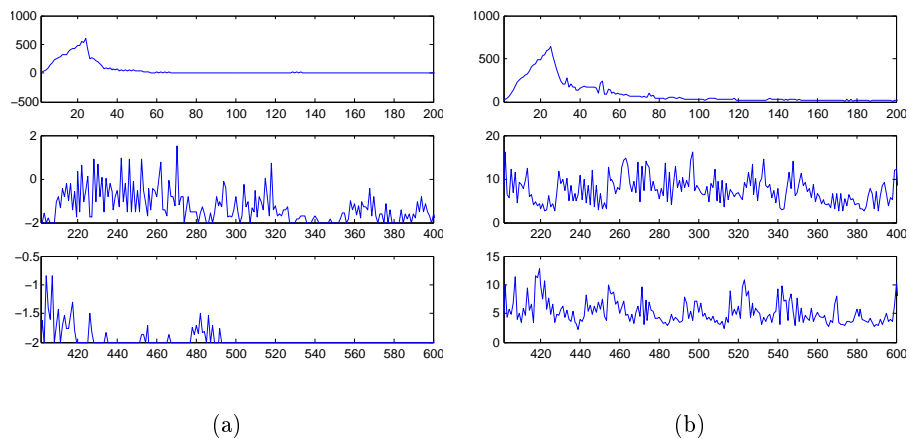


Figura 11: (a) Evolución de los flujos de caja de las firmas que componen el primer centro. (b) Evolución del máximo flujo de caja del mercado.

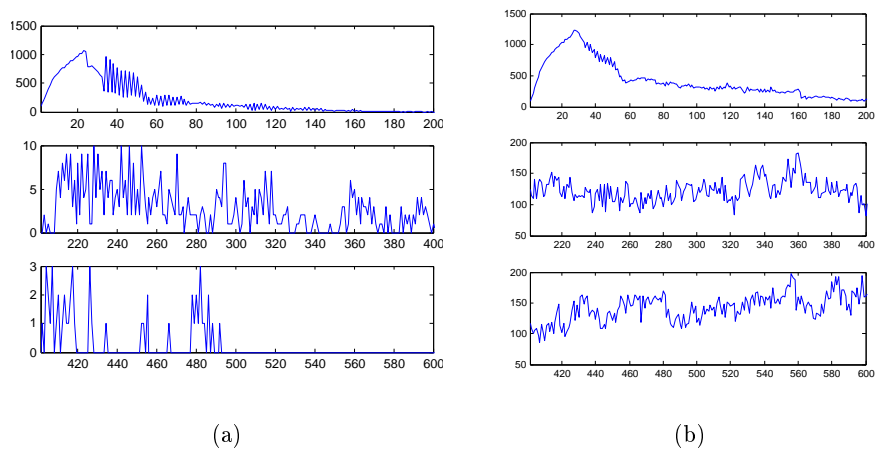


Figura 12: (a) Evolución de las ventas del primer centro. (b) Evolución del número de hogares que tienen en cuenta al centro $m = 1$ como una alternativa para comprar.

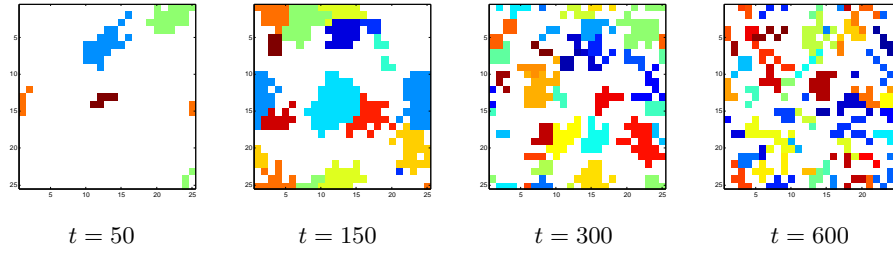


Figura 13: Sucesión de Mapas que muestran que en los centros comerciales se expanden hasta cierto punto a partir del cual el mercado se satura y comienzan a reducir sus tamaños.

4.2. Modelo de Aprendizaje

En este apartado se comentan las diferencias encontradas en los resultados que surgen de la simulación implementando la estrategia menos agresiva de precios. Además se presenta un ejemplo, en el cual se especificaron parámetros de simulación un poco diferentes caso al ilustrado en el punto anterior.

La red de nodos ahora tiene un tamaño $L = 25$. La condición de cierre es presentar resultados negativos acumulados $Q = 4$ períodos consecutivos. El el grado de contiguidad para la transmisión de información es $H = 2$. La tasa de acumulación de beneficios es $1 - G = 0,10$.

La Figura 13 muestra nuevamente como se expanden los centro hasta cierto momento en el cual comienza un proceso inverso. A diferencia del caso anterior, ahora los centros parecen tener un ciclo de expansión y contracción mucha más claro, con ciclos de expansión suaves y contracciones repentinas y pronunciadas. La Figura 14 compara la dinámica de crecimiento de los dos primeros centros creados.

A pesar de estos cambios, a simple vista no parece haber diferencias importantes en cuanto a la dinámica del número de firmas agregado y el tamaño promedio de los centros que finaliza oscilando en torno cinco firmas por centro. La Figura 15 ilustra este comentario.

Nuevamente, el número de firmas que no superan la edad mínima (en este caso cuatro períodos) es una proporción mayoritaria. Excluyendo estas firmas, la Figura 16 muestra el histograma de la distribución de edades de las firmas.

Con la estrategia de precios basada en establecer un mark-up en base a un tamaño de la demanda esperado, el cual las firmas pueden llegar a aprender por un mecanismo de prueba y error, el precio promedio del mercado parece presentar ciclos de alzas y bajas con saltos y periodos de estabilidad. Un aspecto relevante es que el precio promedio se mantiene muy por encima del

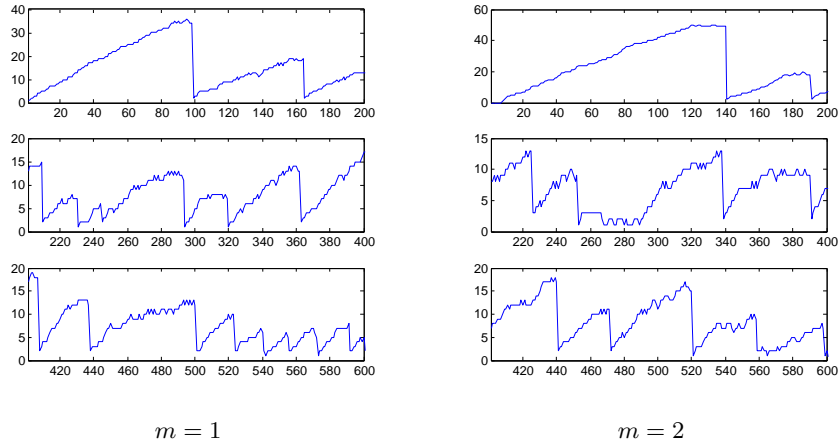


Figura 14: Evolución comparada en el tiempo del tamaño (medido como número de firmas) de los centros 1 y 2.

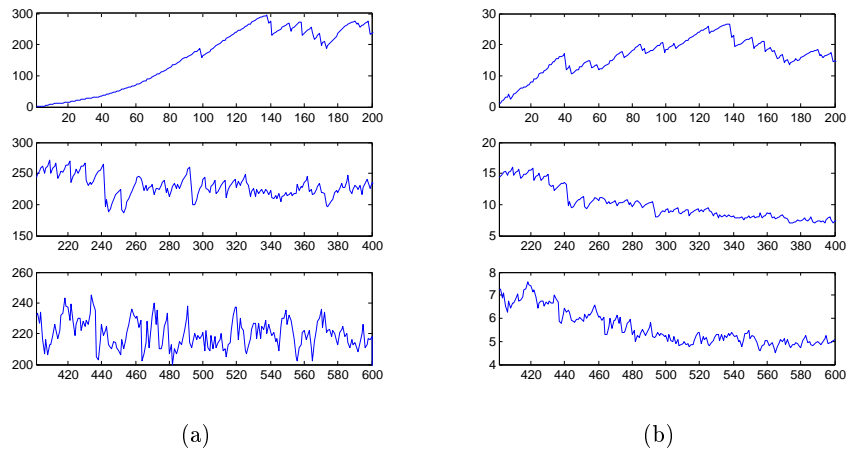


Figura 15: (a) Evolución del número de firmas en el mercado. (b) Evolución del tamaño promedio de los centros mercantiles.

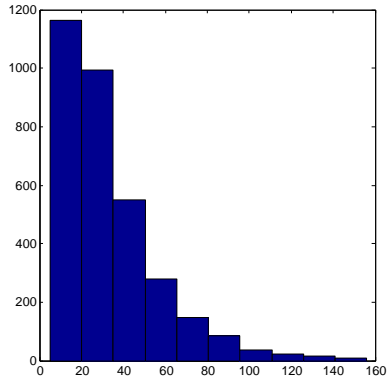


Figura 16: Histograma de la Edad de las firmas.

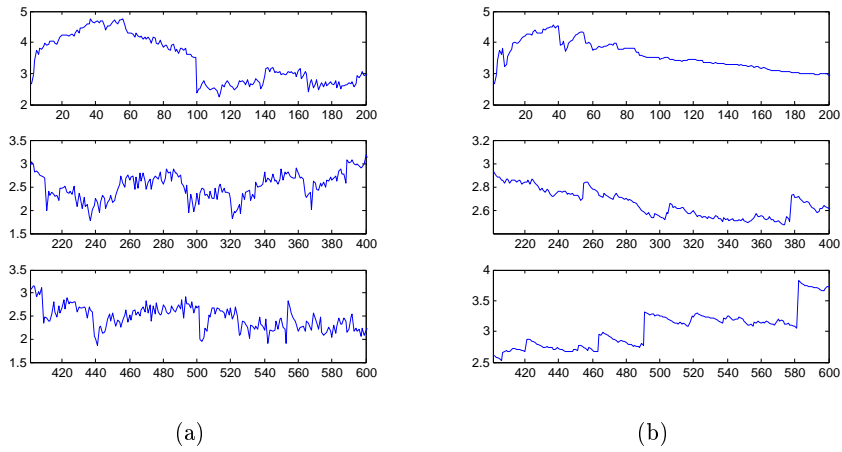


Figura 17: (a) Evolución del Precio fijado por el centro mercantil $m = 1$. (b) Evolución del precio promedio del mercado.

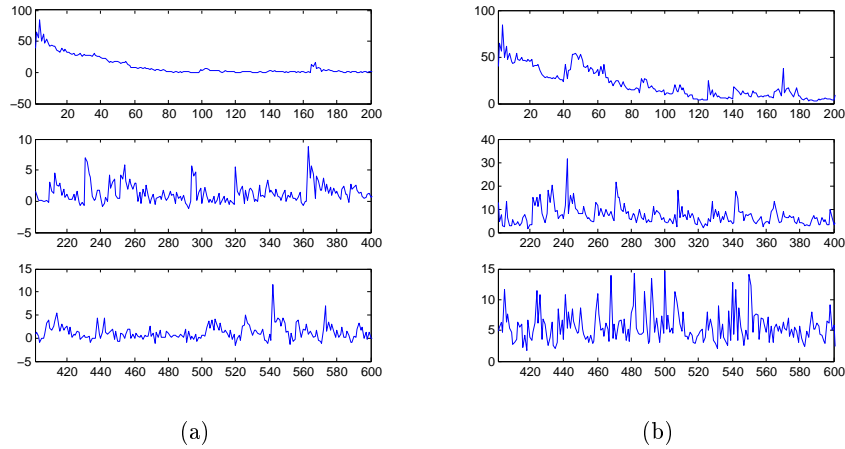


Figura 18: (a) Evolución de los flujos de caja de las firmas que componen el primer centro. (b) Evolución del máximo flujo de caja del mercado.

costo unitario de producción $C = 1$.

Con la configuración de parámetros imponiendo una condición de cierre más exigente y una tasa de acumulación de beneficios más baja, la estabilidad de las firmas perezosas no está asegurada y por lo tanto, los flujos de caja (Figura 18) de las empresas sobrevivientes es en general positivo, a diferencia del primer caso donde las firmas viejas liquidaban sus resultados acumulados para permanecer largos períodos con pérdidas.

La hecho que la información sea más costosa (o se transmita dentro de un entorno más local, $H = 2$) junto con la estrategia de fijación de precios, hace que las ventas tengan una correlación más alta con el número de hogares que visitan el centro, y representen un porcentaje más alto en comparación con el primer caso. La Figura 19 muestra el comportamiento cíclico de la demanda que enfrenta el primer centro creado.

5. Conclusión

Los resultados de la dinámica en la formación de centros mercantiles al transcurrir el tiempo es muy clara y concluyente.

Si bien se partió de una misma lógica en la creación de los centros mercantiles, simulando el comportamiento con autómatas celulares en una ciudad unida por sus extremos, se pudo obtener dos resultados diferentes al variar la forma cómo se eligen los precios.

Al utilizar la estrategia de elección de precios con Estrategia Adaptativa, los centros mercantiles se expanden hasta acumular un número muy alto

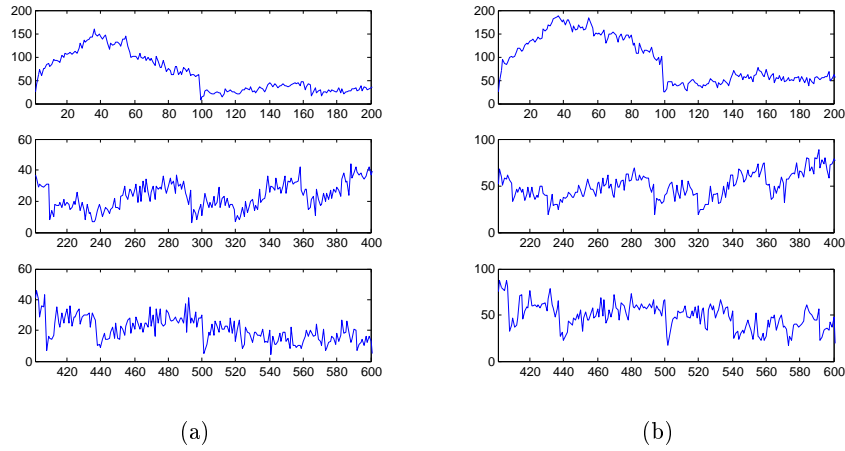


Figura 19: (a) Evolución de las ventas del primer centro. (b) Evolución del número de hogares que tienen en cuenta al centro $m = 1$ como una alternativa para comprar.

de firmas dentro de sí ($t = 150$). Luego, con el transcurrir del tiempo, se van fragmentando en centros mercantiles más pequeños ($t = 300$), hasta que llegan a un umbral de fragmentación máximo ($t = 600$) y convergen a centros comerciales más dispersos en ($t = 1000$), comparado con la conformación inicial, pero con una distribución que mejora el bienestar de los hogares, dado que los precios tienden a la baja como resultado de la competencia.

Por otro lado, al usar la estrategia de elección de precios con Aprendizaje, si bien inicia como en el caso anterior con una saturación y luego una fragmentación, en este caso los centros comerciales siguen un ciclo de expansión y contracción en número de empresas que las conforman, donde las expansiones se caracterizan por ser suaves y las contracciones son repentinas.

En cuanto al mark-up de las firmas, se encuentra determinado por las condiciones pre-existentes de mercado y por el tipo de estrategia de precios que la misma adopte.

El análisis efectuado en este trabajo puede extenderse evaluando diferentes métodos de exploración de los hogares, que introduzcan menos volatilidad en la demanda. De esta forma se podría evaluar otras posibles trayectoria en la concentración o dispersión geográfica de las firmas.

Referencias

- Axtell, R. (1999). The Emergence of Firms in a Population of Agents: Local Increasing Returns, Unstable Nash Equilibria, And Power Law Size Distributions.
- Chen, J. (2009). Switching costs in network industries. Technical report, NET Institute.
- d'Aspremont, C., Gabszewicz, J., and Thisse, J. (1979). On Hotelling's "Stability in competition". *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 47(5):1145–1150.
- Hotelling, H. (1929). Stability in competition. *The economic journal*, 39(153):41–57.
- Kreps, D. and Scheinkman, J. (1983). Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes. *The Bell Journal of Economics*, 14(2):326–337.
- Krugman, P. R. (1992). *Geografía y Comercio*. Antoni Bosch, Madrid.
- Perloff, J. and Salop, S. (1985). Equilibrium with product differentiation. *The Review of Economic Studies*, 52(1):107–120.
- Schelling, T. C. (1978). *Micromotives and Macrobehavior*. George J. McLeod Ltd., Toronto.

A. Algoritmos

En este apéndice se presentan, de manera resumida, diferentes algoritmos que implementan cada uno de los procesos del modelo descrito en el trabajo.

A.1. Parámetros

La simulación depende de tres conjuntos de parámetros bien diferenciados: Diseño, Comportamiento de hogares y firmas y Simulación.

Los parámetros de Diseño se refieren:

- Al tamaño de la cuadrícula de nodos que representa la ciudad. La cuadrícula será de $L \times L$ nodos. Los bordes de la cuadrícula están conectados, de modo que la última columna y la primera son vecinas.
- Al número de nodos (Z) que deben quedar libres en torno a un centro mercantil;
- Al número máximo (H) de filas o columnas que debe distar una firma para que su existencia sea informada desde un nodo en particular.
- Al tamaño que deben tener los centros mercantiles al crearse, acotado inferiormente por I y superiormente por S .

Parámetros que regulan el comportamiento de los hogares y de las firmas son:

- La decisión de los hogares depende de $B \geq 1$, un parámetro que penaliza recorrer distancias diagonales. La medida de distancia es $(d_x^B + d_y^B)^{\frac{1}{B}}$, donde d_x y d_y son el número de columnas y de filas que debe recorrerse, respectivamente. Si $0 < B < 1$, entonces el consumidor tiene preferencia por las distancias diagonales. El parámetro $O \geq 0$ indica la valoración de una unidad cuyos atributos son los deseados.
- Los costos de las firmas vienen dados de forma exógena, siendo $E \geq 0$ la inversión inicial, $F \geq 0$ es el costo fijo de operar en cada período, $C \geq 0$ es el costo unitario.
- Se asume que la firma distribuye una proporción $G \in (0, 1]$ de los beneficios acumulados en forma de dividendos, y paga una tasa $R \geq 0$ cada vez que genera pérdidas. Exógenamente, se restringe el número

máximo de períodos en que una firma puede incurrir en pérdidas a Q , a partir del cual se declara la quiebra.

- Al comenzar a operar, cada centro mercantil fija un precio inicial X . Luego ajusta sus precios teniendo en cuenta las visitas recibidas y las ventas. Allí participan tres parámetros V, W, D .
- En cada período, con probabilidad P , un nuevo centro mercantil ingresa al mercado.

Parámetros que regulan el funcionamiento de la simulación no tienen algún efecto sobre el interés del modelo.

A.2. Algoritmo de Creación de Centro Mercantil

Un centro mercantil es un conjunto de firmas ubicadas en nodos contiguos. Cada firma puede ocupar uno y sólo un nodo, y no tienen ningún tipo de restricción a la capacidad de producción. Estas producen un bien homogéneo con costos marginales constantes ($C = 1$). Al ingresar al mercado, pueden adherir a un centro mercantil existente, o bien formar un centro nuevo. En el segundo caso se debe verificar que la firma entrante no se instale en un nodo ocupado o protegido. Los nodos protegidos son aquellos que se encuentran a una distancia menor o igual a Z de un nodo ocupado.

Al crearse un centro mercantil, el número de firmas que lo componen es aleatorio en el intervalo $[I, S]$. Si $S = I = 1$, entonces queda prohibida la colusión. La ventaja que posee una firma al formar parte de un centro mercantil, es que evita competir a la Bertrand con sus vecinas, ya que deciden precios en forma conjunta.

En cada momento t , con probabilidad P ,

```

while  $\iota < 1000 \wedge \phi = 1$  do
  | Elige ubicación al azar  $(f, c)$ ;
  | Elige tamaño al azar  $r \in (I, S)$ ;
  | Verifica si hay superposición ( $s > 0$ : superposición);
  | if  $s = 0$  then
  |   | Crea el nuevo centro;
  |   | Actualiza los mapas informativos;
  |   | Detiene el bucle,  $\phi = 0$ ;
  | else
  |   | Incrementa  $\iota$ ;
  | Actualiza mapa de nodos protegidos;

```

Para elegir al azar el tamaño del nuevo centro:

Se genera un número pseudoaleatorio $\epsilon \in (0, 1)$;
 Se lo multiplica por $S - I + 1$ para obtener un número en
 $(0, S - I + 1)$;
 Se lo redondea hacia el entero menor más próximo, para obtener un
 número en $\{0, \dots, S - I\}$;
 Se le suma I para obtener $f \in \{I, \dots, S\}$;

Se repite el mismo procedimiento para seleccionar la fila y la columna de la ubicación, reemplazando S por L e I por 1. Para verificar que no haya superposición entre el nuevo centro creado y la zona protegida por otro anterior, siendo \mathcal{P} el mapa de nodos protegidos, tal que $\mathcal{P}_{ij} = 1$ indica que el nodo (i, j) está protegido:

```

s = 0;
for i ∈ [f, f + r - 1]* do
  | for j ∈ [c, c + r - 1]* do
  | | s = s +  $\mathcal{P}_{ij}$ ;

```

Por lo tanto $s > 0$ siempre que haya superposición.

Se define $\mathcal{F}, \mathcal{M}, \mathcal{B}$ los mapas de firmas, centros mercantiles y beneficios respectivamente, tal que $\mathcal{F}_{ij} = 1$ indica que hay una firma en el nodo y $\mathcal{M}_{ij} = m$ indica que pertenece al centro mercantil m . Se definen $\mathcal{P}, \mathcal{N}, \mathcal{E}, \mathcal{B}, \mathcal{V}$ las series temporales de precios, número de firmas que componen los centros, visitas, beneficios y ventas respectivamente. La creación de un nuevo centro opera del siguiente modo.

```

M = M + 1;
for i ∈ [f, f + r - 1]* do
  | for j ∈ [c, c + r - 1]* do
  | |  $\mathcal{F}_{ij} = 1$ ;
  | |  $\mathcal{M}_{ij} = M$ ;
  | |  $\mathcal{B}_{ij} = -E$ ;
 $\mathcal{P}_{tM} = X$ ;
 $\mathcal{N}_{tM} = r^2$ ;
 $\mathcal{E}_{tM} = \mathcal{B}_{tM} = \mathcal{V}_{tM} = 0$ ;

```

Los mapas informativos son \mathcal{Z} , cuyos elementos indican cuantas firmas se encuentran, como mucho, a Z filas y Z columnas de distancia, y \mathcal{H} , que brinda la misma información pero utiliza H en lugar de Z . Para actualizar

el mapa informativo \mathcal{H} se procede

```

for  $i \in [f, f + r - 1]^*$  do
  for  $j \in [c, c + r - 1]^*$  do
    for  $ii \in [i - H, i + H]^*$  do
      for  $jj \in [j - H, j + H]^*$  do
         $\mathcal{H}_{ii,jj} = \mathcal{H}_{ii,jj} + 1;$ 

```

El mismo procedimiento se repite reemplazando H por Z y \mathcal{H} por \mathcal{Z} .

Finalmente para actualizar el mapa de nodos protegidos se debe hacer

```

for  $i \in [1, L]$  do
  for  $j \in [1, L]$  do
    if  $\mathcal{Z}_{ij} > 0$  then
       $\mathcal{P}_{ij} = 1;$ 
    else
       $\mathcal{P}_{ij} = 0;$ 

```

A.3. Quiebra de Firmas

Se define φ una matriz $L \times L$ tal que $\varphi_{ij} = 1 - G$ si $\mathcal{B}_{ij} \geq 0$ o $\varphi_{ij} = 1 + R$ en otro caso. Esta matriz opera como un factor de capitalización que distribuye dividendos de los beneficios acumulados y capitaliza las pérdidas, al multiplicar $\mathcal{B}_{ij}(t+1) = \mathcal{B}_{ij}(t)\varphi_{ij}$.

Se define \mathcal{Q} al mapa que almacena el número de períodos consecutivos de pérdidas de un nodo. Sea Λ el conjunto de nodos (i, j) que satisfacen $\mathcal{Q}_{ij} = \mathcal{Q}$,

```

for cada nodo  $(i, j) \in \Lambda$  do
   $\mathcal{F}_{ij} = 0;$ 
   $\mathcal{M}_{ij} = 0;$ 
   $\mathcal{B}_{ij} = 0;$ 
   $\mathcal{Q}_{ij} = 0;$ 
  for  $ii \in [i - Z, i + Z]$  do
    for  $jj \in [j - Z, j + Z]$  do
       $\mathcal{Z}_{ij} = \mathcal{Z}_{ij} - 1;$ 
  for  $ii \in [i - H, i + H]$  do
    for  $jj \in [j - H, j + H]$  do
       $\mathcal{H}_{ij} = \mathcal{H}_{ij} - 1;$ 

```

Actualiza mapas de nodos protegidos;

Este algoritmo, anula la identidad de la firma que quiebra, y borra su información de todos los mapas.

A.4. Decisión de los Hogares

Cada nodo (i, j) que es un hogar,

Costo* = 0;

$(l^*, k^*) = (0, 0)$;

$m^* = 0$;

Elige una ubicación (f, c) al azar para explorar;

Explora y compara la mejor alternativa con Costo*;

if $m^*(t-1) > 0$ *y aún existe* **then**

d mide la distancia entre el nodo (f, c) y el nodo $(l(t-1), k(t-1))$;

δ mide la distancia entre el nodo $(l(t-1), k(t-1))$ y el nodo (i, j) ;

$\tau = \frac{d+\delta}{K}$;

 Costo = $\mathcal{P}_{t, m^*(t-1)} + \tau$;

 Marca una visita al centro mercantil $m^*(t-1)$;

if Costo < Costo* **then**

if hay firmas cerca del nodo $(l(t-1), k(T-1))$ **then**

 Explora y compara la mejor alternativa con Costo*;

else

 Costo* = Costo;

$(l^*, k^*) = (l(t-1), k(t-1))$;

$m^* = m^*(t-1)$;

Para explorar y elegir la mejor alternativa en torno al nodo (f, c)

if el nodo (f, c) tiene información **then**

 Busca firmas en el área de exploración de radio H ;

for cada firma (l, k) encontrada **do**

$d(l, k)$ mide la distancia entre el nodo (f, c) y el nodo (l, k) ;

$\delta(l, k)$ mide la distancia entre el nodo (l, k) y el nodo (i, j) ;

$\tau(l, k) = \frac{d(l, k) + \delta(l, k)}{K}$;

$m(l, k)$ es el centro mercantil al cual pertenece el nodo (l, k) ;

 Costo(l, k) = $\mathcal{P}_{t, m(l, k)} + \tau(l, k)$;

 Marca una visita al centro mercantil $m(l, k)$;

if Costo(l, k) < Costo* **then**

 Costo* = Costo(l, k);

$(l^*, k^*) = (l, k)$;

$m^* = m$;

La exploración en torno al nodo donde compro la ultima vez, es idéntica al procedimiento anterior, solo que $\tau(l, k) = \frac{d+d(l, k)+\delta(l, k)}{K}$

B. Código para Matlab

Este apéndice contiene el código implementado en MatLab. Se muestra el programa completo para el caso del modelo con precios adaptativos y las funciones que son diferentes para el caso del modelo con aprendizaje.

B.1. Modelo con precios adaptativos

```
1 function [mapa,mapaD,series,tabla,T,M,FF] = modelo(t,MM,FFF,imapa,imapaD, % ...
2                                     iseries,itabla,design,par,opts)
3
4 global L Z H S I
5 global B V W D P E C G R Q F X O
6 global K
7
8 % FUNCION PRINCIPAL
9
10 % DISEÑO DE LA CIUDAD. L es la cantidad de nodos que tiene la ciudad de ancho.
11 % Z es la cantidad de nodos que deben quedar libres alrededor de un Centro
12 % Mercantil. H es el radio de exploración de los Hogares. S e I son los valores
13 % máximo y mínimo que puede asumir el radio de un centro Mercantil al crearse.
14
15 L = 15; Z = 1; H = 3; S = 3; I = 1;
16
17 if isfield(design, 'L'), L = design.L; end
18 if isfield(design, 'Z'), Z = design.Z; end
19 if isfield(design, 'H'), H = design.H; end
20 if isfield(design, 'S'), S = design.S; end
21 if isfield(design, 'I'), I = design.I; end
22
23 % COMPORTAMIENTO. B es el parámetro que describe las preferencias por las
24 % distancias diagonales. P es la probabilidad con la que se crea un nuevo centro
25 % mercantil en el momento t. E es el costo de entrada al mercado. C es el costo
26 % marginal de cada firma. G es el porcentaje de los beneficios acumulados que se
27 % reparten en dividendos. rho es el costo por operar con beneficios negativos.
28 % Q es la cantidad de periodos consecutivos que una firma puede operar con
29 % perdidas sin cerrar. F es el costo fijo de operar en cada periodo t. X es el
30 % precio inicial que pone una firma. O es la valoración unitaria del bien.
31
32 B = 1.5; V = 0; W = 1; D = 1; P = 0.1;
33 E = 0; C = 1; G = 0.3; R = 0.12; Q = 10;
34 F = 0; X = 1.2; O = X + (2^(1/B))*(L/2);
35
36 if isfield(par, 'B'), B = par.B; end
37 if isfield(par, 'D'), D = par.D; end
38 if isfield(par, 'V'), V = par.V; end
39 if isfield(par, 'W'), W = par.W; end
40 if isfield(par, 'P'), P = par.P; end
41 if isfield(par, 'E'), E = par.E; end
42 if isfield(par, 'C'), C = par.C; end
43 if isfield(par, 'G'), G = par.G; end
44 if isfield(par, 'R'), R = par.R; end
```

```

45 if isfield(par, 'Q'), Q = par.Q; end
46 if isfield(par, 'F'), F = par.F; end
47 if isfield(par, 'O'), O = par.O; end
48 if isfield(par, 'X'), X = par.X; end
49 if isfield(par, 'KP'), KP = par.KP; end
50
51 % OTRAS CONFIGURACIONES MENORES OMITIDAS
52
53 % CONDICIONES INICIALES. M es el número de centros mercantiles en el momento t.
54 % K es la máxima distancia que se puede recorrer en la ciudad. mapa es un
55 % conjunto de mapas que reflejan el estado geográfico del sistema. mapaD es un
56 % conjunto de mapas que reflejan el estado y decisiones de los hogares. series
57 % es un conjunto de series temporales que contienen el historial de las
58 % variables de los centros. tabla es una matriz que contiene ubicación, centro
59 % de pertenencia, momento de nacimiento y muerte de cada firma.
60
61 if t == 1,
62     mapa = zeros(L,L,8);
63     mapaD = zeros(L,L,4);
64     series = zeros(1,1,5);
65     tabla = zeros(1,4);
66     M = 0;
67     FF = 0;
68 else
69     M = MM;
70     FF = FFF;
71     mapa = imapa;
72     mapaD = imapaD;
73     series = iseries;
74     tabla = itabla;
75 end
76 K = (2^(1/B))*(L/2);
77
78 for tt = t : T
79     [mapa,mapaD,series,tabla,M,FFF,SS] = momento(mapa,mapaD,series,tabla,M,FFF,tt,SS);
80 end
81
82 % -----
83 function [mapa,mapaD,series,tabla,M,FF,SS] = momento(mapa,mapaD,series,tabla, % ...
84                                                     M,FF,t,SS)
85
86 global L Z H S I
87 global B V W D P E C G R Q F X O
88 global K
89
90 mfirmas = mapa(:,:,1);
91 mcentro = mapa(:,:,2);
92 mprotec = mapa(:,:,3);
93 mbenefi = mapa(:,:,4);
94 minforz = mapa(:,:,5);
95 minforh = mapa(:,:,6);
96 mhistor = mapa(:,:,7);
97 mfirman = mapa(:,:,8);
98

```

```

99     dfilas = mapaD(:, :, 1);
100    dcolumn = mapaD(:, :, 2);
101    dcentr = mapaD(:, :, 3);
102    dcosto = zeros(L);
103
104    sprecio = series(:, :, 1);
105    svisita = series(:, :, 2);
106    sbenefi = series(:, :, 3);
107    sventas = series(:, :, 4);
108    snumfir = series(:, :, 5);
109
110    rand('state', SS);
111
112
113    if rand(1) <= P || t == 1
114        iter = 0; fallo = 1;
115        while iter < 1000 && fallo == 1,
116            ff = floor(rand(1)*L) + 1;
117            cc = floor(rand(1)*L) + 1;
118            rr = floor(rand(1)*(S + 1 - I)) + I;
119            mapaf = zeros(L);
120            mapam = zeros(L);
121            ss = 0;
122            for ii = ff : ff + rr - 1,
123                aa = mod(ii-1, L) + 1;
124                for jj = cc : cc + rr - 1,
125                    bb = mod(jj-1, L) + 1;
126                    mapaf(aa, bb) = 1;
127                    mapam(aa, bb) = M + 1;
128                    ss = ss + mprotec(aa, bb);
129                end
130            end
131            if ss == 0,
132                fallo = 0;
133                M = M + 1;
134                mfirmas = mfirmas + mapaf;
135                mcentro = mcentro + mapam;
136                mbenefi = mbenefi - (mapaf*E);
137                sprecio(1:t, M) = X;
138                svisita(t, M) = 0;
139                sbenefi(t, M) = 0;
140                sventas(t, M) = 0;
141                snumfir(t, M) = rr^2;
142                for ii = ff : ff + rr - 1,
143                    aa = mod(ii-1, L) + 1;
144                    for jj = cc : cc + rr - 1,
145                        bb = mod(jj-1, L) + 1;
146                        FF = FF + 1;
147                        tabla(FF, 1) = M;
148                        tabla(FF, 2) = aa;
149                        tabla(FF, 3) = bb;
150                        tabla(FF, 4) = t;
151                        mfirman(aa, bb) = FF;
152                    end

```

```

153         for iii = aa - Z : aa + Z,
154             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
155             for jjj = bb - Z : bb + Z,
156                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
157                 minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
158                 minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
159             end
160         end
161     else
162         for iii = aa - Z : aa + Z,
163             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
164             for jjj = bb - Z : bb + Z,
165                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
166                 minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
167             end
168         end
169         for iii = aa - H : aa + H,
170             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
171             for jjj = bb - H : bb + H,
172                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
173                 minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
174             end
175         end
176     end
177 end
178 end
179 else
180     iter = iter + 1;
181 end
182 end
183 mprotec = minforz > 0;
184 end
185
186
187 factor = ones(L);
188 superavit = find(mbenefi >= 0);
189 deficit = find(mbenefi < 0);
190 factor(superavit) = (1 - G);
191 factor(deficit) = (1 + R);
192 mhistor(superavit) = 0;
193 mhistor(deficit) = mhistor(deficit) + 1;
194 mbenefi = mbenefi.*factor;
195
196
197 [qfil,qcol] = find(mhistor==Q);
198 [qfs,qcs] = size(qfil);
199 if qfs > 0,
200     for ii = 1 : qfs,
201         mfirmas(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
202         mcentro(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
203         mbenefi(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
204         mhistor(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
205         FFc = mfirman(qfil(ii),qcol(ii));
206         tabla(FFc,5) = t;

```



```

207     if Z == H,
208         for iii = qfil(ii) - Z : qfil(ii) + Z,
209             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
210             for jjj = qcol(ii) - Z : qcol(ii) + Z,
211                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
212                 minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) - 1;
213                 minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) - 1;
214             end
215         end
216     else
217         for iii = qfil(ii) - Z : qfil(ii) + Z,
218             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
219             for jjj = qcol(ii) - Z : qcol(ii) + Z,
220                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
221                 minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) - 1;
222             end
223         end
224         for iii = qfil(ii) - H : qfil(ii) + H,
225             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
226             for jjj = qcol(ii) - H : qcol(ii) + H,
227                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
228                 minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) - 1;
229             end
230         end
231     end
232 end
233 mprotec = minforz > 0;
234 end
235
236
237 svisita(t,1:M) = 0;
238 for i = 1 : L,
239     for j = 1 : L,
240         if mfirmas(i,j) == 0,
241             costod = 0;
242             ld = 0; kd = 0;
243             md = 0;
244             vis = zeros(1,M);
245             [ef,ec] = randomesp(B,L);
246             efil = mod(i + ef - 1, L) + 1;
247             ecol = mod(j + ec - 1, L) + 1;
248             if minforh(efil,ecol) > 0,
249                 [eF,eC,ee] = buscar(mfirmas,efil,ecol,H,L);
250                 for k = 1 : ee,
251                     edist = medir(i, j, eF(k), eC(k), B, L);
252                     xdist = medir(efil, ecol, eF(k), eC(k), B, L);
253                     etau = (edist+xdist)/K;
254                     MM = mcentro(eF(k),eC(k));
255                     ecost = sprecio(t,MM) + etau;
256                     vis(1,MM) = 1;
257                     if ecost < costod,
258                         costod = ecost;
259                         ld = eF(k); kd = eC(k);
260                         md = MM;

```

```

261         end
262     end
263 end
264 ofil = dfilas(i,j);
265 if ofil > 0
266     ocol = dcolum(i,j);
267     MM = mcentro(ofil,ocol);
268     if MM > 0
269         odist = medir(i, j, ofil, ocol, B, L);
270         ydist = medir(efil, ecol, ofil, ocol, B, L);
271         otau = (odist+ydist)/K;
272         ocost = sprecio(t,MM) + otau;
273         vis(1,MM) = 1;
274         if ocost <= costod,
275             if minforh(ofil,ocol) > 1,
276                 [oF, oC, oo] = buscar(mfirmas,ofil,ocol,H,L);
277                 for k = 1 : oo
278                     bdist = medir(i,j, oF(k), oC(k), B, L);
279                     zdist = medir(ofil, ocol, oF(k), oC(k), B, L);
280                     btau = (bdist+zdist+ydist)/K;
281                     bMM = mcentro(oF(k),oC(k));
282                     bcost = sprecio(t,bMM) + btau;
283                     vis(1,bMM) = 1;
284                     if bcost < costod,
285                         costod = bcost;
286                         ld = oF(k); kd = oC(k);
287                         md = bMM;
288                     end
289                 end
290             else
291                 costod = ocost;
292                 ld = ofil; kd= ecol;
293                 md = MM;
294                 vis(1,MM) = 1;
295             end
296         end
297     end
298 end
299 dcosto(i,j) = costod;
300 dcentr(i,j) = md;
301 dfilas(i,j) = ld;
302 dcolum(i,j) = kd;
303 svisita(t,1:M) = svisita(t,1:M) + vis;
304 else
305     dcentr(i,j) = 0;
306     MMc = mcentro(i,j);
307     dcosto(i,j) = sprecio(t,MMc);
308 end
309 end
310 end
311
312
313 for r = 1 : M
314     mapar = mcentro == r;

```

```

315 snumfir(t,r) = sum(sum(mapar));
316 if snumfir(t,r) > 0
317     mapaDr = dcentr == r;
318     sventas(t,r) = sum(sum(mapaDr));
319     sprecio(t+1,r) = preciodin(sventas,svisita,sprecio,V,W,D,t,r);
320     sbenefi(t,r) = (sprecio(t,r) - C)*(sventas(t,r)/snumfir(t,r)) - F;
321     lugar = find(mapar);
322     mbenefi(lugar) = mbenefi(lugar) + sbenefi(t,r);
323     if t > 1 && sbenefi(t,r) >= sbenefi(t-1,r),
324         dd = snumfir(t,r);
325         cand = [lugar,rand(dd,1)];
326         candi = zeros(1,3);
327         cand = sortrows(cand,2);
328         i =1; stop=0;
329         while i <= dd && stop ==0,
330             enc = 0;
331             [ff,cc] = tradu(cand(i,1),L);
332             for ii = ff - 1 : ff + 1,
333                 aa = mod(ii-1, L) + 1;
334                 for jj = cc -1 : cc + 1,
335                     bb = mod(jj-1, L) + 1;
336                     if mfirmas(aa,bb) == 0,
337                         enc = enc + 1;
338                         candi(enc,1:3) = [aa,bb,rand()];
339                     end
340                 end
341             end
342             if enc > 0,
343                 stop = 1;
344                 candi = sortrows(candi,3);
345                 fn = candi(1,1); cn = candi(1,2);
346                 FF = FF + 1;
347                 tabla(FF,1) = r;
348                 tabla(FF,2) = fn;
349                 tabla(FF,3) = cn;
350                 tabla(FF,4) = t;
351                 mfirman(fn,cn) = FF;
352                 if Z == H,
353                     for iii = aa - Z : aa + Z,
354                         aaa = mod(iii-1,L) + 1;
355                         for jjj = bb - Z : bb + Z,
356                             bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
357                             minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
358                             minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
359                         end
360                     end
361                 else
362                     for iii = aa - Z : aa + Z,
363                         aaa = mod(iii-1,L) + 1;
364                         for jjj = bb - Z : bb + Z,
365                             bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
366                             minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
367                         end
368                     end

```

```

369         for iii = aa - H : aa + H,
370             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
371             for jjj = bb - H : bb + H,
372                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
373                 minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
374             end
375         end
376     end
377
378     mfirmas(fn,cn) = 1;
379     mcentro(fn,cn) = r;
380     mbenefi(fn,cn) = -E;
381     mhistor(fn,cn) = 0;
382     else
383         i = i + 1;
384     end
385 end
386     mprotec = minforz > 0;
387 end
388 else
389     sprecio(t+1,r) = C;
390     sbenefi(t,r) = 0;
391     sventas(t,r) = 0;
392 end
393 end
394
395
396 mapa(:,:,1) = mfirmas;
397 mapa(:,:,2) = mcentro;
398 mapa(:,:,3) = mprotec;
399 mapa(:,:,4) = mbenefi;
400 mapa(:,:,5) = minforz;
401 mapa(:,:,6) = minforh;
402 mapa(:,:,7) = mhistor;
403 mapa(:,:,8) = mfirman;
404
405 mapaD(:,:,1) = dfilas;
406 mapaD(:,:,2) = dcolum;
407 mapaD(:,:,3) = dcentr;
408 mapaD(:,:,4) = dcosto;
409
410 series(1:t+1,1:M,1) = sprecio(1:t+1,1:M);
411 series(1:t,1:M,2) = svisita(1:t,1:M);
412 series(1:t,1:M,3) = sbenefi(1:t,1:M);
413 series(1:t,1:M,4) = sventas(1:t,1:M);
414 series(1:t,1:M,5) = snumfir(1:t,1:M);
415
416
417 SS = rand('state');
418
419 %-----
420
421 function [x,y] = randomesp(B,L)
422

```

```

423     A = (L)/2;
424     a = 2^(1/B);
425     c = a*(A);
426     m = c*(A) - (a/2)*((A)^2);
427
428     l=0;
429
430 while l < 1
431     p = rand(1)*m;
432     u = c - sqrt(c^2 - 2*a*p);
433     w = rand(1)*pi*2;
434     v = [sin(w),cos(w)];
435 alpha = u ./ ( (abs(v(1)) .^ B + abs(v(2)) .^ B) .^ (1/B) );
436 a1 = v(1).*alpha;
437 a2 = v(2).*alpha;
438 if abs(a1) < A && abs(a2) < A && (round(a1) ~= 0 || round(a2) ~= 0)
439     l = 1;
440     x = round(a1);
441     y = round(a2);
442 else
443     l = 0;
444 end
445 end
446
447
448 function [Fe, Ce, encontrados] = buscar(mapa, fil, col, H, L)
449
450 N = zeros(L);
451 for i = 1 : 2*H + 1
452     filv = mod((fil-H-1)+i-1,L) + 1;
453     for j = 1 : 2*H + 1
454         colv = mod((col-H-1)+j-1,L) + 1;
455         N(filv,colv) = mapa(filv,colv);
456     end
457 end
458 [Fe,Ce] = find(N>0);
459 [encontrados,a] = size(Fe);
460
461
462 function [dist, dfil, dcol] = medir(fila, cola, filb, colb, beta, L)
463
464 dfil = min(abs(fila-filb),L-abs(fila-filb));
465 dcol = min(abs(cola-colb),L-abs(cola-colb));
466 dist = (dfil^beta+dcol^beta)^(1/beta);
467
468
469 function [X] = preciodin(ventas,visitas,precio,V,W,D,t,r)
470
471 if t >= 2,
472     dven = ventas(t,r) - ventas(t-1,r);
473     dvist = visitas(t,r) - ventas(t,r);
474     dvist1 = visitas(t-1,r) - ventas(t-1,r);
475     dtheta = D*dven + (1-D)*(dvist-dvist1);
476 else

```

```

477     dtheta = 0;
478 end
479 Y = (exp(W*dtheta))/(1+exp(W*dtheta))-1/2;
480 X = precio(t,r)*exp(Y);
481
482
483 function [fil,col] = tradu(ind,L)
484
485     col = floor( (ind - 1) / L ) + 1;
486     fil = mod( ind - 1 , L ) + 1;

```

B.2. Modelo con aprendizaje

Las partes y funciones que son idénticas al modelo anterior están omitidas.

```

1  function [mapa,mapaD,series,tabla,M,FF,SS] = momento(mapa,mapaD,series,tabla,M,FF,t,SS)
2
3  global L Z H S I
4  global B P E C G R Q F O KP
5  global N
6  %-----
7  mfirmas = mapa(:, :, 1);
8  mcentro = mapa(:, :, 2);
9  mprotec = mapa(:, :, 3);
10 mbenefi = mapa(:, :, 4);
11 minforz = mapa(:, :, 5);
12 minforh = mapa(:, :, 6);
13 mhistor = mapa(:, :, 7);
14 mfirman = mapa(:, :, 8);
15
16 dfilas = mapaD(:, :, 1);
17 dcolum = mapaD(:, :, 2);
18 dcentr = mapaD(:, :, 3);
19 dcosto = zeros(L);
20 dcompr = mapaD(:, :, 5);
21
22 sprecio = series(:, :, 1);
23 svisita = series(:, :, 2);
24 sbenefi = series(:, :, 3);
25 sventas = series(:, :, 4);
26 snumfir = series(:, :, 5);
27 sadivin = series(:, :, 6);
28 saprend = series(:, :, 7);
29 sphis = series(:, :, 8);
30 srho = series(:, :, 9);
31 sdemand = series(:, :, 10);
32 sDelta = series(:, :, 11);
33
34 rand('state',SS);
35
36 if rand(1) <= P || t == 1
37     iter = 0; fallo = 1;

```

```

38 while iter < 1000 && fallo == 1,
39     ff = floor(rand(1)*L) + 1;
40     cc = floor(rand(1)*L) + 1;
41     rr = floor(rand(1)*(S + 1 - I)) + I;
42     mapaf = zeros(L);
43     mapam = zeros(L);
44     ss = 0;
45     for ii = ff : ff + rr - 1,
46         aa = mod(ii-1, L) + 1;
47         for jj = cc : cc + rr - 1,
48             bb = mod(jj-1, L) + 1;
49             mapaf(aa,bb) = 1;
50             mapam(aa,bb) = M + 1;
51             ss = ss + mprotec(aa,bb);
52         end
53     end
54     if ss == 0,
55         fallo = 0;
56         M = M + 1;
57         mfirmas = mfirmas + mapaf;
58         mcentro = mcentro + mapam;
59         mbenefi = mbenefi - (mapaf*E);
60         sadivin(t,M) = 0;
61         sadivin(t,M) = KP*H;
62         saprend(t,M) = 1 - abs(sadivin(t,M) - 0)/0;
63         sprecio(1:t,M) = (sadivin(t,M) + (KP-1)*C)/KP;
64         D2 = demanda(sprecio(t,M),sadivin(t,M));
65         D3 = demanda(0,sadivin(t,M));
66         srho(t,M) = N/D3;
67         sdemand(t,M) = D2*srho(t,M);
68         sphit(t,M) = 0;
69         sDelta(t,M) = 0;
70         svisita(t,M) = 0;
71         sbenefi(t,M) = 0;
72         sventas(t,M) = 0;
73         snumfir(t,M) = rr^2;
74         for ii = ff : ff + rr - 1,
75             aa = mod(ii-1, L) + 1;
76             for jj = cc : cc + rr - 1,
77                 bb = mod(jj-1, L) + 1;
78                 FF = FF + 1;
79                 tabla(FF,1) = M;
80                 tabla(FF,2) = aa;
81                 tabla(FF,3) = bb;
82                 tabla(FF,4) = t;
83                 mfirman(aa,bb) = FF;
84                 if Z == H,
85                     for iii = aa - Z : aa + Z,
86                         aaa = mod(iii-1,L) + 1;
87                         for jjj = bb - Z : bb + Z,
88                             bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
89                             minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
90                             minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
91                         end

```

```

92         end
93     else
94         for iii = aa - Z : aa + Z,
95             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
96             for jjj = bb - Z : bb + Z,
97                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
98                 minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
99             end
100         end
101         for iii = aa - H : aa + H,
102             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
103             for jjj = bb - H : bb + H,
104                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
105                 minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
106             end
107         end
108     end
109 end
110 end
111 else
112     iter = iter + 1;
113 end
114 end
115 mprotec = minforz > 0;
116 end
117
118
119 factor = ones(L);
120 superavit = find(mbenefi >= 0);
121 deficit = find(mbenefi < 0);
122 factor(superavit) = (1 - G);
123 factor(deficit) = (1 + R);
124 mhistor(superavit) = 0;
125 mhistor(deficit) = mhistor(deficit) + 1;
126 mbenefi = mbenefi.*factor;
127
128 [qfil,qcol] = find(mhistor==Q);
129 [qfs,qcs] = size(qfil);
130 if qfs > 0,
131     for ii = 1 : qfs,
132         mfirmas(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
133         mcentro(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
134         mbenefi(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
135         mhistor(qfil(ii),qcol(ii)) = 0;
136         FFc = mfirman(qfil(ii),qcol(ii));
137         tabla(FFc,5) = t;
138         if Z == H,
139             for iii = qfil(ii) - Z : qfil(ii) + Z,
140                 aaa = mod(iii-1,L) + 1;
141                 for jjj = qcol(ii) - Z : qcol(ii) + Z,
142                     bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
143                     minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) - 1;
144                     minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) - 1;
145                 end

```



```

146         end
147     else
148         for iii = qfil(ii) - Z : qfil(ii) + Z,
149             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
150             for jjj = qcol(ii) - Z : qcol(ii) + Z,
151                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
152                 minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) - 1;
153             end
154         end
155         for iii = qfil(ii) - H : qfil(ii) + H,
156             aaa = mod(iii-1,L) + 1;
157             for jjj = qcol(ii) - H : qcol(ii) + H,
158                 bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
159                 minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) - 1;
160             end
161         end
162     end
163 end
164 mprotec = minforz > 0;
165 end
166
167
168 svisita(t,1:M) = 0;
169
170 for i = 1 : L,
171     for j = 1 : L,
172         if mfirmas(i,j) == 0,
173             costod = 0;
174             ld = 0; kd = 0;
175             md = 0;
176             vis = zeros(1,M);
177             [ef,ec] = randomesp(B,L);
178             efil = mod(i + ef - 1, L) + 1;
179             ecol = mod(j + ec - 1, L) + 1;
180             if minforh(efil,ecol) > 0,
181                 [eF,eC,ee] = buscar2(mfirmas,efil,ecol,H,L);
182                 for k = 1 : ee,
183                     edist = medir(i, j, eF(k), eC(k), B, L);
184                     xdist = medir(efil, ecol, eF(k), eC(k), B, L);
185                     etau = (edist+xdist);
186                     MM = mcentro(eF(k),eC(k));
187                     ecost = sprecio(t,MM) + etau;
188                     vis(1,MM) = 1;
189                     if ecost < costod,
190                         costod = ecost;
191                         ld = eF(k); kd = eC(k);
192                         md = MM;
193                     end
194                 end
195             end
196         ofil = dfilas(i,j);
197         if ofil > 0
198             ocol = dcolum(i,j);
199             MM = mcentro(ofil,ocol);

```

```

200         if MM > 0
201             odist = medir(i, j, ofil, ocol, B, L);
202             ydist = medir(efil, ecol, ofil, ocol, B, L);
203             otau = (odist+ydist);
204             ocost = sprecio(t,MM) + otau;
205             vis(1,MM) = 1;
206             if ocost <= costod,
207                 if minforh(ofil,ocol) > 1,
208                     [oF, oC, oo] = buscar2(mfirmas,ofil,ocol,H,L);
209                     for k = 1 : oo
210                         bdist = medir(i,j, oF(k), oC(k), B, L);
211                         zdist = medir(ofil, ocol, oF(k), oC(k), B, L);
212                         btau = (bdist+zdist+ydist);
213                         bMM = mcentro(oF(k),oC(k));
214                         bcost = sprecio(t,bMM) + btau;
215                         vis(1,bMM) = 1;
216                         if bcost < costod,
217                             costod = bcost;
218                             ld = oF(k); kd = oC(k);
219                             md = bMM;
220                         end
221                     end
222                 else
223                     costod = ocost;
224                     ld = ofil; kd= ocol;
225                     md = MM;
226                     vis(1,MM) = 1;
227                 end
228             end
229         end
230     end
231     dcosto(i,j) = costod;
232     dcentr(i,j) = md;
233     dfilas(i,j) = ld;
234     dcolumn(i,j) = kd;
235     dcompr(i,j) = md > 0;
236     for l = 1:M
237         svisita(t,l) = svisita(t,l) + vis(l);
238     end
239 else
240     dcentr(i,j) = 0;
241     MMc = mcentro(i,j);
242     dcosto(i,j) = sprecio(t,MMc);
243 end
244 end
245 end
246
247
248 for r = 1 : M
249     mapar = mcentro == r;
250     snumfir(t,r) = sum(sum(mapar));
251     if snumfir(t,r) > 0
252         mapaDr = dcentr == r;
253         sventas(t,r) = sum(sum(mapaDr)) + snumfir(t,r);

```

```

254
255     sDelta(t,r) = ( (KP-1)*( sqrt( (sventas(t,r)/sdemand(t,r))^sphi(t,r) ) ) + 1 ) / KP;
256
257     sdivin(t+1,r) = sdivin(t,r) *sDelta(t,r);
258     saprend(t+1,r) = 1 - abs(sdivin(t+1,r) - 0) / 0;
259     sprecio(t+1,r) = (sdivin(t+1,r) + (KP-1)*C)/KP;
260
261     D2 = demanda(sprecio(t+1,r),sdivin(t+1,r));
262     D1 = demanda(sprecio(t,r),sdivin(t+1,r));
263     sphi(t+1,r) = sventas(t,r) / D1;
264     D3 = demanda(0,sdivin(t+1,r));
265     if N/D3 > 1,
266         srho(t+1,r) = 1;
267     else
268         srho(t+1,r) = N/D3;
269     end
270     if sprecio(t+1,r) - sprecio(t,r) >= 0,
271         sdemand(t+1,r) = D2 * ((1-sphi(t+1,r))*srho(t+1,r) + sphi(t+1,r));
272     else
273         sdemand(t+1,r) = D1 * (sphi(t+1,r)*(1-srho(t+1,r))) + D2*srho(t+1,r);
274     end
275     if sdemand(t+1,r) <= 0
276         a=0;
277     end
278     sbenefi(t,r) = (sprecio(t,r) - C)*(sventas(t,r)/snumfir(t,r) - 1) - F;
279     lugar = find(mapar);
280     mbenefi(lugar) = mbenefi(lugar) + sbenefi(t,r);
281
282     if t == 92,
283         a=0;
284     end
285
286     if t > 1 && sbenefi(t,r) >= sbenefi(t-1,r),
287         dd = snumfir(t,r);
288         cand = [lugar,rand(dd,1)];
289         candi = zeros(1,3);
290         cand = sortrows(cand,2);
291         i =1; stop=0;
292         while i <= dd && stop ==0,
293             enc = 0;
294             [ff,cc] = tradu(cand(i,1),L);
295             for ii = ff - 1 : ff + 1,
296                 aa = mod(ii-1, L) + 1;
297                 for jj = cc -1 : cc + 1,
298                     bb = mod(jj-1, L) + 1;
299                     if mfirmas(aa,bb) == 0,
300                         enc = enc + 1;
301                         candi(enc,1:3) = [aa,bb,rand()];
302                     end
303                 end
304             end
305             if enc > 0,
306                 stop = 1;
307                 candi = sortrows(candi,3);

```

```

308         fn = candi(1,1); cn = candi(1,2);
309
310         FF = FF + 1;
311         tabla(FF,1) = r;
312         tabla(FF,2) = fn;
313         tabla(FF,3) = cn;
314         tabla(FF,4) = t;
315         mfirman(fn,cn) = FF;
316         if Z == H,
317             for iii = fn - Z : fn + Z,
318                 aaa = mod(iii-1,L) + 1;
319                 for jjj = cn - Z : cn + Z,
320                     bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
321                     minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
322                     minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
323                 end
324             end
325         else
326             for iii = fn - Z : fn + Z,
327                 aaa = mod(iii-1,L) + 1;
328                 for jjj = cn - Z : cn + Z,
329                     bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
330                     minforz(aaa,bbb) = minforz(aaa,bbb) + 1;
331                 end
332             end
333             for iii = fn - H : fn + H,
334                 aaa = mod(iii-1,L) + 1;
335                 for jjj = cn - H : cn + H,
336                     bbb = mod(jjj-1,L) + 1;
337                     minforh(aaa,bbb) = minforh(aaa,bbb) + 1;
338                 end
339             end
340         end
341
342         mfirmas(fn,cn) = 1;
343         mcentro(fn,cn) = r;
344         mbenefi(fn,cn) = -E;
345         mhistor(fn,cn) = 0;
346
347         else
348             i = i + 1;
349         end
350     end
351     mprotec = minforz > 0;
352 end
353
354 else
355     sprecio(t+1,r) = C;
356     sbenefi(t,r) = 0;
357     sventas(t,r) = 0;
358 end
359 end
360
361 mapa(:,:,1) = mfirmas;

```

```

362     mapa(:, :, 2) = mcentro;
363     mapa(:, :, 3) = mprotec;
364     mapa(:, :, 4) = mbenefi;
365     mapa(:, :, 5) = minforz;
366     mapa(:, :, 6) = minforh;
367     mapa(:, :, 7) = mhistor;
368     mapa(:, :, 8) = mfirman;
369
370     mapaD(:, :, 1) = dfilas;
371     mapaD(:, :, 2) = dcolum;
372     mapaD(:, :, 3) = dcentr;
373     mapaD(:, :, 4) = dcosto;
374     mapaD(:, :, 5) = dcompr;
375
376     series(1:t+1, 1:M, 1) = sprecio(1:t+1, 1:M);
377     series(1:t, 1:M, 2) = svisita(1:t, 1:M);
378     series(1:t, 1:M, 3) = sbenefi(1:t, 1:M);
379     series(1:t, 1:M, 4) = sventas(1:t, 1:M);
380     series(1:t, 1:M, 5) = snumfir(1:t, 1:M);
381     series(1:t+1, 1:M, 6) = sadivin(1:t+1, 1:M);
382     series(1:t+1, 1:M, 7) = saprend(1:t+1, 1:M);
383     series(1:t+1, 1:M, 8) = spho(1:t+1, 1:M);
384     series(1:t+1, 1:M, 9) = srho(1:t+1, 1:M);
385     series(1:t+1, 1:M, 10) = sdemand(1:t+1, 1:M);
386     series(1:t, 1:M, 11) = sDelta(1:t, 1:M);
387
388     SS = rand('state');
389
390     % -----
391
392     function [z] = demanda(precio, a)
393         global B 0
394
395         z = 0;
396         for j = 0 : 0
397             for k = 1 : 0
398                 u = a - precio - (abs(j)^B + abs(k)^B)^(1/B);
399                 if u >= 0,
400                     z = z + 1;
401                 end
402             end
403         end
404         z = z*4 + 1;

```