

**El proceso de movilidad regional de firmas:  
Un abordaje desde el modelo de Schelling**

*C. Larragueta, J. Maquieyra, A. Masut & M. Milano*

Diciembre de 2009

## INDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>3</b>
<b>2. EL PROBLEMA DE LA LOCALIZACIÓN INDUSTRIAL.....</b>	<b>3</b>
2.1 Enfoque Neoclásico.....	4
2.2 Enfoque Institucional.....	7
2.3 Enfoque Behavioral.....	7
2.4 Sobre la formación y características de las ciudades.....	8
<b>3. MODELO DE SCHELLING.....</b>	<b>12</b>
<b>4. EL MODELO DE MOVILIDAD INDUSTRIAL.....</b>	<b>13</b>
<b>5. EJERCICIO DE SIMULACIONES.....</b>	<b>14</b>
5.1 Reducción proporcional de costos para ambos tipos de empresas.....	14
5.2 Reducción de costos para las empresas grandes y chicas en particular.....	17
<b>6. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....</b>	<b>21</b>
<b>7. CONCLUSIONES.....</b>	<b>22</b>
<b>8. BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA.....</b>	<b>23</b>
<b>ANEXO: PRESENTACIÓN DEL ALGORITMO.....</b>	<b>25</b>

# 1. Introducción

El propósito del presente trabajo es realizar un análisis sobre la dinámica de la localización industrial a la luz de diversos enfoques que nos permiten identificar elementos y aspectos de la conducta de las firmas y que, posteriormente, servirán de base para modelar las interacciones entre ellas. En particular, empleando como marco el modelo de segregación de Schelling, se intenta ilustrar aspectos de la movilidad y aglomeración geográfica de firmas que buscan maximizar sus beneficios a través del aprovechamiento de las economías de escala en un contexto en el que existen costos de transporte que condicionan el movimiento de las compañías.

En las secciones segunda y tercera se brindan los elementos necesarios para el desarrollo del modelo y la posterior confección del algoritmo.

En particular, en el punto dos se estudia el abordaje del problema de la localización industrial y cómo diversos enfoques brindan diversos tratamientos a esta dinámica. Un ejemplo a citar es el del modelo teórico desarrollado por Krugman el cual, si bien la pregunta de interés es ligeramente distinta a la motivada por el presente estudio, brinda algunas herramientas útiles para la modelización. Adicionalmente, se tratan brevemente otros abordajes, como el neoclásico y el *behavioral*, además de otros trabajos que, o bien se enfocaron específicamente en el problema de la localización industrial proveyendo de herramientas adicionales para el análisis (Cadenas de Markov), o han modelado fenómenos tales como la formación de ciudades -véase, por ejemplo, Page (1998): “On the emergence of cities”- que presentan intuiciones válidas para la confección del algoritmo.

En la tercera sección se da paso a una breve descripción del modelo de Schelling. Como bien señala Schelling en su trabajo “Micromotives for Macrobehavior” (1978): “existe segregación por sexo, edad, ingreso, lenguaje, religión, color, gustos personales, y los accidentes de la ubicación histórica. Cierta segregación resulta de las prácticas de ciertas organizaciones, pero otra está deliberadamente organizada”. En el presente trabajo, la segregación estaría relacionada con el rechazo a permanecer cerca de firmas que no traen aparejadas complementariedades estratégicas ni ventajas económicas de ningún tipo. Por el contrario, estas podrían quitar demanda, o generar externalidades pecuniarias negativas que alteren el normal funcionamiento de la firma bajo consideración.

Sobre esta última noción se hará referencia en el cuarto punto, donde se expone el modelo y sus supuestos, además de las interacciones a simular. Posteriormente, se exhiben diversos ejercicios de simulación generados a partir de cambios en los parámetros de costo de transporte y de economías de escala.

Finalmente, en la séptima sección, se exponen las conclusiones donde se proveen intuiciones adicionales y las limitaciones del presente trabajo.

El Anexo con el detalle respectivo de la programación se presenta al final del trabajo.

## 2. El problema de la localización industrial

El problema de la localización industrial ha sido abordado desde diversos puntos de vista. En ese sentido, es posible identificar tres enfoques teóricos: 1) el enfoque neoclásico, 2) el enfoque institucional y 3) el enfoque *behavioral*. Adicionalmente, existen trabajos como Brown (1970) el cual abordó este fenómeno desde la implementación de las Cadenas de Markov, o

como Page (1998) que brindó micro fundamentos a la modelización del surgimiento de las ciudades.

## **2.1 Enfoque Neoclásico**

Tradicionalmente, el enfoque neoclásico aborda la cuestión del movimiento y localización de las firmas como consecuencia de la resolución de problemas de maximización de beneficios o minimización de costos.

En la aproximación de Weber (1929), los costos de transporte de los insumos y la producción de la firma determinan regiones de mínimo costo. Si se consideran las regiones óptimas para cada factor relevante para la localización, pueden derivarse así los beneficios potenciales de cada región. De esta manera, estaremos en presencia de áreas rentables y no rentables.

En este marco, existen tres razones básicas por las cuales las firmas podrían desistir de moverse a un área donde realizarían mayores beneficios. Una de ellas es que los costos de moverse pueden ser muy altos, incluyendo tanto los costos de transporte como los costos de transacción vinculados a la búsqueda de información al momento de decidir el próximo destino, a la búsqueda de nuevos proveedores, clientes, mano de obra, etc. En segundo lugar, puede existir un componente de “inercia del capital”, motivado por el hecho que en la vieja ocupación existen activos fijos (tales como edificios y otros equipos) que pueden ser operados a costos relativamente más bajos que en la localización potencial. Por último, podrían existir diversos casos en que la ubicación no sea un factor determinante para los beneficios de la firma.

### **2.1.1 Rendimientos Crecientes y Geografía Económica: El enfoque de Krugman**

Con el surgimiento de la denominada “Nueva Geografía Económica”, básicamente a partir de los trabajos de Krugman (1995) y Fujita et al. (1999), resurgió notablemente el interés por este tipo de cuestiones. Los teóricos pertenecientes a esta corriente basan su análisis en cómo se forman las aglomeraciones y bajo que condiciones son estables o inestables.

El punto de partida de la “Nueva Geografía Económica” está en buena parte presente en el *paper* de Krugman (1991)<sup>1</sup> quien se pregunta cómo y cuando la industria se concentra en unas pocas regiones dejando otras relativamente subdesarrolladas.

A tal fin, desarrolla un modelo en que se propone mostrar cómo un país puede, de manera endógena, presentar dos polos diferenciados: un *núcleo* industrial y una zona agrícola que constituye la *periferia*.

El *driver* fundamental está dado por el aprovechamiento de las economías de escala y la minimización de los costos de transporte, que conducirán a las firmas manufactureras a localizarse en la región de mayor demanda<sup>2</sup>. Finalmente, la emergencia de este patrón dependerá, en definitiva, de los parámetros de economías de escala, costos de transporte, y la participación del gasto en manufacturas sobre el ingreso nacional.

---

<sup>1</sup> Krugman, Paul, *Increasing Returns and Economic Geography*, Massachusetts Institute of Technology, 1991.

<sup>2</sup> Si bien, plantea Krugman, en este caso hay una cuestión de circularidad ya que la localización de la demanda depende de la distribución territorial de las manufacturas.

En términos generales, la motivación de Krugman surge de la observación de que en Estados Unidos el grueso de la población reside en unas pocas aglomeraciones de áreas metropolitanas. La pregunta que pretende responder es cuando y porqué la actividad manufacturera se concentra en unas pocas regiones, dejando a las restantes relativamente subdesarrolladas. Esto lo responde mediante un modelo en que interactúan las economías de escala con los costos de transporte. El resultado al cual arriba es que la concentración de las manufacturas en un área no necesariamente es algo que deba ocurrir y que, si ello ocurre, depende del valor que tomen los parámetros mencionados.

Siguiendo a Krugman, supone que las externalidades que inducen al surgimiento de un patrón núcleo-periferia son externalidades *pecuniarias* asociadas a vínculos sean de oferta o demanda más que externalidades puramente tecnológicas. Bajo competencia imperfecta y rendimientos crecientes, las externalidades pecuniarias son importantes.

Para entender la naturaleza de las externalidades pecuniarias se podría imaginar un país en el cual hay dos tipos de producción: agricultura e industria. La producción agrícola está caracterizada por rendimientos constantes a escala y el uso intensivo de la tierra (factor fijo). La distribución geográfica de esta producción estará determinada fundamentalmente por la distribución exógena de la tierra fértil. Por su parte, la industria está caracterizada por rendimientos crecientes a escala y el uso escaso de la tierra. La producción manufacturera, debido a las economías de escala, se desarrolla en un número limitado de lugares: *ceteris paribus* serán preferidos aquellos sitios cercanos a donde exista relativamente más demanda ya que de esa manera puede minimizar los costos de transporte.

Para analizar el hecho de dónde será más grande la demanda, el modelo supone que una proporción de la demanda por bienes manufacturados proviene del sector agrícola y también del mismo sector industrial. Esto crea el fenómeno de *circular causation* (circularidad) o también llamado *positive feedback* (retroalimentación) y empleado para describir el hecho de que la producción manufacturera tiende a concentrarse donde hay un mercado más grande, pero éste será más grande donde la producción manufacturera se concentre. Esto se refuerza con el *forward linkage* (vínculo hacia adelante): *ceteris paribus*, será más deseable vivir y producir cerca de una concentración de producción manufacturera debido a que será menos costoso comprar bienes en estos lugares centrales. De hecho, este ha sido el patrón histórico que explicó el surgimiento de las plantas manufactureras de Estados Unidos en la segunda mitad del siglo XIX.

El proceso anterior dependerá de los parámetros de la economía. El fenómeno de la circularidad que genera la concentración industrial no importará demasiado si el empleo en la industria es una pequeña proporción de la población y, por ende, genera una pequeña fracción de la demanda; o si la combinación de economías de escala débiles con altos costos de transporte induce a los oferentes de bienes y servicios al sector agrícola a localizarse muy cerca de sus mercados.

Por el contrario, si la sociedad gasta una fracción elevada de su ingreso en bienes no agrícolas la situación es radicalmente distinta: una región con población no agrícola relativamente grande es un lugar atractivo para producir debido al tamaño del mercado y a la disponibilidad de bienes y servicios allí producidos. Esto atrae más población a expensas de otras regiones con bajos niveles de producción, y el mismo proceso se retroalimenta hasta que toda la población no rural se concentre en unas pocas regiones.

Los detalles de la geografía económica dependerán, en definitiva, de los valores que asuman los costos de transporte, las economías de escala y la proporción del gasto destinada a bienes industriales y agrícolas.

Finalmente, cabe aclarar dos limitaciones de este trabajo. Por un lado, Krugman aclara que el modelo no dice nada sobre la localización de industrias particulares a pesar de otorgar herramientas poderosas para el análisis de la dinámica de la concentración industrial. Por otro lado, si bien se introduce la novedad de incorporar rendimientos crecientes en la producción, este enfoque ha recibido numerosas críticas principalmente por la simplicidad de sus supuestos: la libre entrada de firmas, en particular, no da lugar a que ocurran interacciones estratégicas entre las firmas.

### **2.1.2 Algunas modificaciones al modelo neoclásico: Puga y Venables (1996)**

En su trabajo “The Spreads of Industry: Spatial Agglomeration in Economic Development” (1996), Puga y Venables introducen cierto desvío respecto del supuesto de firmas idénticas al introducir competencia imperfecta.

La movilidad de firmas entre países es tratada partiendo de una aglomeración total de los sectores industriales al interior de un mismo país, que se encuentran conectados mediante vínculos de insumo-producto. Luego, el crecimiento económico hace que la industria se expanda más que otros sectores, haciendo crecer los salarios en aquellos sectores donde hay más concentración industrial. A partir de cierto *umbral*, las firmas comienzan a moverse hasta que se alcanza cierta masa crítica, momento en el cual las firmas vuelven a moverse.

El modelo supone inicialmente que los países son idénticos en cuanto a la estructura económica subyacente (idéntica dotación y tecnología). Existen dos sectores, el sector industrial, con rendimientos crecientes a escala, y el agrícola que posee rendimientos constantes y es perfectamente competitivo. Por su parte, el consumidor tiene preferencias cuasi-homotéticas respecto de los bienes agrícolas.

La competencia en el sector industrial es imperfecta y las firmas están conectadas por vínculos que pueden venir por el lado de la demanda (compra de insumos intermedios, por ejemplo) o por el lado de los costos (cercanía a firmas proveedoras reduce costos de transporte). Así, se crean externalidades pecuniarias que lleva a la aglomeración de firmas en una determinada región. Si estas externalidades son muy fuertes, entonces las firmas se concentrarán en un único país y estas externalidades compensarán los elevados salarios de aquella región.

Sin embargo, llegará un punto en que los costos salariales se tornarán demasiado elevados, y será beneficioso para alguna firma mudarse a otro país; a medida que este proceso continúa, las firmas en este país comienzan a beneficiarse de los vínculos entre ellas, hasta que se alcanza una masa crítica en la cual se presenta una rápida expansión de la industria y los salarios en este país. En ese momento ambos países tienen un elevado grado de industrialización y niveles salariales. De esta manera, el proceso se sigue expandiendo a otros países hasta alcanzar una masa crítica, y así sucesivamente.

A medida que ingresan nuevas firmas en una determinada industria, inicialmente reducirán los beneficios de las firmas existentes mediante la competencia en los mercados de bienes y factores. Asimismo, la firma entrante contribuye a que aumente la demanda laboral y con ella los salarios. Asimismo, existirá una tensión constante entre dos fuerzas: Por un lado, la caída de los precios resultante de una mayor competencia reduce los costos de las firmas que utilizan aquellos bienes como insumos intermedios, y por otra parte, esta firma adicional aumenta la participación del gasto dentro de la región y con ello también aumentan las ventas.

La primera fuerza genera incentivos a la dispersión geográfica de las firmas, dado que estas buscan salarios bajos y poca competencia por parte de otras firmas. La segunda, genera

incentivos a concentrarse en una sola región, puesto que siempre será conveniente estar cerca de las firmas proveedoras.

Sobre esta base, los autores estudian el efecto que tienen cambios exógenos del crecimiento en la productividad del factor trabajo, lo cual aumenta el gasto en manufactura en relación al gasto en agricultura. De este modo, encuentran que la interacción entre competencia imperfecta, costos de transporte y vínculos del tipo insumo-producto crean incentivos para que las firmas se ubiquen cerca de otras firmas proveedoras y clientes. Además, encuentran que aquellas firmas más intensivas en el uso del factor trabajo serán las primeras en abandonar una región cuando los costos salariales comiencen a crecer como resultado del crecimiento de las aglomeraciones.

De esta forma, sucede que si bien los países pueden ser idénticos en cuanto a tecnología y dotación de factores pueden terminar con grados muy disímiles de industrialización, puesto que se da un proceso de concentración de firmas en algunos de ellos.

En este modelo no hay acumulación de capital, diferencias internacionales de tecnología, o sector gobierno. La introducción de estos elementos podría modificar sustancialmente los resultados, por ejemplo, si el gobierno de algún país decidiera aplicar fuertes estímulos fiscales a la industria, sería un nuevo motivo de atracción y concentración de firmas, al margen de los beneficios derivados de los vínculos de demanda y costos antes descritos (externalidades pecuniarias). Sin embargo, el modelo es útil para explicar el surgimiento de nuevos países industriales y las transformaciones que sufre la estructura industrial durante los procesos de industrialización.

## ***2.2 Enfoque Institucional***

Este enfoque se basa en la concepción de un proceso económico delineado por las instituciones sociales y sistemas culturales. Aquí, no solo mira el comportamiento de la firma, sino también el contexto social y cultural en el que se toman decisiones.

Así, la ubicación de una firma se convierte en el resultado de ciertas estrategias de inversión, al mismo tiempo que es influenciada por factores externos como el crecimiento de la actividad económica, el nivel de intervención estatal, entre otros.

Entre los teóricos de este enfoque encontramos a los Neo-marxistas, geógrafos culturales, entre otros.

## ***2.3 Enfoque Behavioral***

Por su parte, el enfoque proveniente de la “Economía del Comportamiento” explora factores internos que son importantes en el proceso decisorio de una firma al momento de definir un cambio de localización. Particularmente relevantes serán factores vinculados con la edad de la firma o su tamaño.

De este modo, se intentará explicar los desvíos de las situaciones óptimas que ofrece el modelo neoclásico, centrándose en aquellos casos donde la información es imperfecta y existe incertidumbre.

Un punto relevante que señalan Pellenbarg, Wissen y Dijk (2002) respecto de este enfoque es cómo las limitaciones en información y la incertidumbre pueden afectar las decisiones de movilidad. Así, por ejemplo, las zonas más alejadas tienden a ser menos

conocidas, lo cual podría introducir un sesgo de selección por las regiones más cercanas. Asimismo, la incertidumbre tendería a aumentar a medida que aumenta la lejanía del nuevo potencial destino de la firma.

Según estos autores, este enfoque no goza de una gran rigurosidad en la elaboración de modelos y la información o datos relevantes generalmente se basan en cuestionarios o trabajos empíricos, tornándose este un enfoque mayormente descriptivo.

Entre los principales exponentes de este enfoque, se encuentran Simon (1955, 1957), Cyert and March (1963), Pred (1967, 1969), Benoit (1995), entre otros.

## ***2.4 Sobre la formación y características de las ciudades***

### **2.4.1 Surgimiento de ciudades**

En su trabajo “On the emergence of cities”, Page (1998) modela la formación de ciudades suponiendo que los individuos o firmas se movilizan en función de sus preferencias en torno a las aglomeraciones y la distancia entre ellas. A tal fin, propone distintas funciones de utilidad según los agentes prefieran estar en lugares poco poblados o con mayor densidad.

Una aclaración que realiza el autor, y que tomaremos también como aplicable a nuestro esquema, es que la omisión de otros condicionantes económicos de la movilidad puede ser matizada mediante la inclusión de preferencias por las aglomeraciones y distancia entre agentes. Según Page, si se reduce el proceso de formación de ciudades a sus elementos más esenciales, población y separación parecen ser las características más relevantes.

Por una parte, la cantidad de población radicada en cierta zona geográfica captura muchas fuerzas económicas subyacentes (precios, externalidades, oferta de bienes, bienes públicos, etc.). Por otro lado, la separación será un proxy de aquellos elementos vinculados a los costos de transporte. Todos estos elementos, serán tomados como *dados* en la modelización propia que será descripta en los próximos apartados.

Uno de los resultados a los que llega Page (1998), es que cuando se prefieren las aglomeraciones y la cercanía a otros agentes, se tiende a formar un conglomerado urbano localizado en el centro de un determinado territorio. Así, se muestra cómo las distintas preferencias resultan en configuraciones finales diferentes, encontrando una elevada sensibilidad en aquel resultado respecto de la ubicación inicial de las ciudades, resultado también observable en nuestra simulación.

Una forma de reducir aquella dependencia respecto de las condiciones iniciales, señala el autor, puede consistir en la inclusión de ventajas naturales. Así, los agentes derivarían una mayor utilidad de residir en ciertas regiones, lo cual generaría cierta persistencia indistintamente de la aleatoriedad con la que los agentes podrían ubicarse en aquellos lugares.

Asimismo, la introducción de preferencias heterogéneas hace más probable el surgimiento de nuevas ciudades. Así, podrían construirse según Page (1998) modelos con “k” tipos de agentes cada uno de los cuales tendría preferencias no lineales y distintas respecto de la concentración demográfica y como resultado de equilibrio se obtendría un número “k” de ciudades o separaciones regionales distintas.

Entonces, si se emplea una función de utilidad con preferencias lineales, y, además, se introduce un umbral que tenga en cuenta distancia y concentración de población entre regiones, la dinámica dependerá de que ese umbral se supere o no. Si en la región donde está ubicada



una/s firma/s determinadas, no se supera un umbral deseado de población y distancia, entonces esa firma se moverá a la que tenga un umbral más cercano al deseable, de manera tal que, si las preferencias son idénticas, todas las firmas se irán movilizándose hacia la región más densamente poblada.

## 2.4.2 Tamaño de las ciudades y Leyes de potencia

Como sugiere Gabaix (1999) en su trabajo “Zipf’s law for cities: An explanation”, la ley de Zipf establece que el tamaño de las ciudades sigue en buena parte de los países una ley de potencia. Esto es, el número de ciudades con población menor a un número  $S$  es proporcional a  $1/S$ .

Esta ley tiene un importante sustento empírico. Para probar esto, Gabaix toma una serie de 135 ciudades metropolitanas de los EE.UU y las ordena de manera descendente según la población de cada una. Luego, grafica en el eje de ordenadas el log del ranking de aquellas ciudades y en el de abscisas el log de la población de cada ciudad. Obtiene como resultado una relación aproximadamente lineal e inversa entre ambas variables. De este modo, la pendiente que obtienen está muy cerca de la unidad, lo cual implica que la probabilidad de que la ciudad tenga una cantidad de habitantes menor a  $S$  es proporcional a  $1/S$ .

En caso que se tuviera un número fijo de ciudades que crecen en el tiempo de manera aleatoria, si al menos en un rango determinado de tamaños las ciudades siguieran un proceso similar, sus procesos de crecimiento compartirían la misma media y varianza. Esta homogeneidad en el proceso de crecimiento es comúnmente denominado “Proceso de Gibrat”. De este modo, en el estado estacionario, la distribución de las ciudades dentro de aquel rango seguirá una ley de Zipfs.

Además, el seguimiento de una ley de potencias pone de manifiesto el concepto de invarianza a la escala. Claramente, bajo este esquema, cualquiera sea la escala de las ciudades, el proceso de crecimiento es el mismo. La distribución final de las ciudades es invariante a la escala de las mismas.

Por otra parte, Gabaix pretende dar microfundamentos a la movilidad de personas entre ciudades. Con este propósito, supone que existen beneficios tangibles o intangibles en cada ciudad de moverse a ciertas ciudades en particular, estos beneficios pueden derivarse de decisiones de política (por ejemplo, hay ciudades con menor carga impositiva, mayores beneficios sociales, etc.) o ciertas ventajas ambientales, como puede ser una menor contaminación, por ejemplo. De este modo, las personas se movilizan en búsqueda de maximizar su utilidad en base a aquellos beneficios, dentro de los cuales también es posible encontrar diferenciales salariales. La utilidad en cada ciudad tendría la siguiente expresión:  $U(c) = A_{it} * C$ , siendo “ $C$ ” el consumo que se alcanza en cada ciudad y  $A_{it}$  representa ciertos shocks iid que pueden mejorar o empeorar la utilidad del agente (shocks sobre el nivel de impuestos, sobre contaminación, etc.). Además, se supone que los  $A_{it}$  son independientes e idénticamente distribuidos e independientes de la distribución inicial del tamaño de las ciudades.

Adicionalmente, se expone un modelo de generaciones superpuestas donde los agentes tienen cierta probabilidad de morir. Una vez que nacen, los agentes eligen donde mudarse para luego permanecer allí toda su vida. En equilibrio, se verifica que los beneficios derivados de moverse de ciudad superan los costos de hacerlo. También, en equilibrio, debe verificarse que  $U(c) = A_{it} * W_{it}$ , siendo  $W_{it}$  el salario medio en la ciudad “ $i$ ” al momento “ $t$ ”. Luego de postular una función de producción con rendimientos constantes a escala, el autor deriva una ecuación de

movimiento o crecimiento de cada ciudad que muestra cómo los procesos de crecimiento son idénticos entre ciudades.

Algunos puntos a destacar de este modelo es que, por ejemplo, no hay capital. El autor aduce que si se incluyera esta variable podría suceder que el exponente de la ecuación de Zipf superara la unidad. Además, a pesar que el número de ciudades de este modelo es fijo, la aparición de nuevas ciudades no afectaría la dominancia de esta ley en el estado estacionario.

De este modo, Gabaix logra mostrar que pueden existir leyes de Zipf en países con estructuras económicas muy distintas, en distintas etapas históricas. Este fenómeno se debe a que se verifica la ley de Gibrat, según la cual los procesos de crecimiento de las ciudades siguen la misma lógica. Esta ley se verifica, dado que para un tamaño de ciudad significativo, los shocks dejan de caer a medida que crece el tamaño de la ciudad, es decir, la varianza en el crecimiento del tamaño de las ciudades alcanza un piso positivo en la cola superior de la distribución. Esto también permite explicar porqué el exponente de la ley de Gibrat es inferior a la unidad en el caso de ciudades pequeñas, lo cual se debe a que su varianza sería mayor que en el caso de ciudades más grandes.

### **2.4.3 Movilidad Geográfica y Cadenas de Markov**

Lawrence Brown en su trabajo “On the Use of Markov Chains in Movement Research” (1970), sostiene que cuando se analizan los aspectos geográficos de ciertos fenómenos, las cadenas de Markov surgen como alternativa para analizarlos. Esto es así porque su mecanismo central es el uso de probabilidades que se refieren a la transición desde un estado “i” a otro “j”. Además, un número de propiedades interesantes del sistema que se está modelando pueden derivarse mediante el uso de aquellas cadenas.

Así, por ejemplo, D.W.Harvey (1967) sugiere que la ubicación y reubicación de las empresas es un proceso probabilístico y que, como tal, debe ser descrito mediante un proceso estocástico y no determinístico. Entre los procesos estocásticos que podrían utilizarse para tal fin encontramos los procesos de Markov. En particular las cadenas de Markov podrían ser aplicables a este tipo de problemas. Estas cadenas, son procesos de Markov con la condición adicional de estacionariedad, es decir la matriz de probabilidades no cambia entre un periodo y el siguiente.

Dentro de las aplicaciones de procesos de Markov al movimiento de firmas, un antecedente es el trabajo de W.F.Lever (1971) quien, en “The intra-urban movement of manufacturing: a Markov approach”, estudia la distribución espacial de las firmas en Glasgow durante la década del sesenta, examinando hasta qué punto los supuestos y propiedades que se derivan de un proceso markoviano pueden aplicarse al proceso de movimiento industrial a escala intra-urbana. Luego, una vez obtenidas las probabilidades de transición, se procede a realizar predicciones sobre la futura distribución de los establecimientos manufactureros en aquella ciudad.

Autores como Brown (1970) han puesto en tela de juicio el supuesto de estacionariedad cuando se estudian procesos relacionados con el movimiento de ciertas unidades de análisis. Por ejemplo, en el caso de procesos migratorios, las ciudades con un crecimiento más veloz tenderían a atraer migrantes a una tasa creciente, razón por la cual imaginar probabilidades de transición constantes no sería realista en este marco.

Sin embargo, Lever (1971), sostiene que existen razones para creer que el proceso de movimiento industrial en escala intra-urbana cumple con el supuesto de estacionariedad. Esto sucedería dado que las aglomeraciones a niveles intra-urbanos son menos importantes que en la

escala nacional o regional, por lo cual la acumulación de firmas en una ciudad es poco probable que atraiga más firmas a una velocidad creciente.

Además, las deseconomías de escala que van surgiendo a medida que la concentración se intensifica tenderían a morigerar el aumento de aquella velocidad de concentración.

Dentro de estas cadenas, la clasificación de los distintos estados puede darnos información sobre su relación de largo plazo. Así, por ejemplo, se tienen *estados transitorios*, que son aquellos que pueden ser alcanzados desde cualquier otro estado y al mismo tiempo pueden ser abandonados; *estados ergódicos*, donde cada estado puede ser alcanzado desde cualquier otro, pero una vez que se cayó en ellos no es posible abandonarlos; y por último *estados absorbentes*, que son aquellos donde hay uno o más estados *ergódicos*.

Más allá de estas aplicaciones, el uso de cadenas de Markov en este tipo de problemas no ha estado exento de críticas. Por ejemplo, se señala que el tiempo transcurrido hasta que se alcanza el equilibrio puede ser muy extenso. En el trabajo de Lever (1972), el equilibrio recién se encontraba tras siete iteraciones seguidas de diez años cada una, lo cual hace que la validez real de las predicciones sobre aquellos períodos de tiempo se vea más que reducida. Al margen de estas críticas, Lever (1972) encuentra que para el período 1959-1969 las probabilidades de transición se mantuvieron estables.

Siguiendo a Brown (1970), es posible encontrar vínculos entre las medidas de entropía utilizadas en las teorías de la información y los modelos que utilizan cadenas de Markov. Por ejemplo, la medida de entropía podría proveer una medida abstracta de la certeza con que puede predecirse el estado futuro de cierto sistema en base a las observaciones actuales y las probabilidades de transición. Esto podría relacionarse con la energía u organización del sistema bajo análisis.

De este modo, un sistema desordenado, es decir, con entropía máxima o mínima energía, tendría propiedades informativas mínimas para realizar aquellas predicciones. Asimismo, las mediciones de entropía pueden utilizarse para comparar estados de origen en un determinado momento del tiempo, en distintos momentos del tiempo, para comparar distintas matrices de transición para varias muestras, entre otras utilidades.

Por otro lado, al comparar matrices de transición utilizando las medidas de entropía es posible inferir si el proceso tiende a un estado absorbente o a cierto número de estados ergódicos (en cuyo caso la entropía tenderá a cero) a medida que el tiempo se va a infinito.

Otra de las debilidades de esta herramienta consiste en su limitada capacidad para explicar situaciones de contagio o crecimiento diferencial entre regiones.

Por otro lado, también podría analizarse el problema de la convergencia de ingresos entre las distintas regiones mediante cadenas de Markov. Autores como Bichenback y Bode (2001) examinan esta cuestión para distintas regiones de los Estados Unidos y concluyen que no es posible aseverar que los procesos de movimientos en la distribución inter-regional de ingresos sean independientes del pasado, ni que las probabilidades de transición puedan suponerse constantes en el tiempo. Cada estado, a medida que transcurren los años, ira exhibiendo su propio patrón de desarrollo. No obstante, podrían existir *clusters* regionales que lleven a procesos regionales de convergencia.

En base a lo dicho anteriormente, es posible notar que suponer que el proceso generador de datos posea una estructura markoviana es bastante fuerte, más aún cuando los procesos de desarrollo económico regionales tienden a poseer un componente elevado de *path dependence*. Como sostienen Pellenbarg, Wissen y Dijk (2002): “la firma tiene una historia, y esta historia es

probable que tenga una influencia en el resultado locacional del proceso. De este modo, el resultado locacional es uno del tipo condicional”.

Si bien es probable que el proceso examinado en detalle viole buena parte de las propiedades que debe cumplir un proceso para abordarse desde el enfoque de Markov, sería interesante modelar las transiciones y derivar la distribución invariante, de modo tal de poder contrastar las tendencias que se deriven del análisis markoviano con aquellos que surgen de nuestro modelo. Claro está, matizando las conclusiones en caso de que los test indiquen que no todas las propiedades deseables (homogeneidad de la matriz de transición, propiedad de Markov) se verifican.

### **3. Modelo de Schelling**

En el contexto de la localización de individuos y/o grupos de individuos en un área geográfica determinada (barrio, ciudades, etc.), Schelling (1971) muestra como una leve preferencia por estar rodeado de vecinos de su mismo grupo étnico podría derivar en una situación de total segregación.

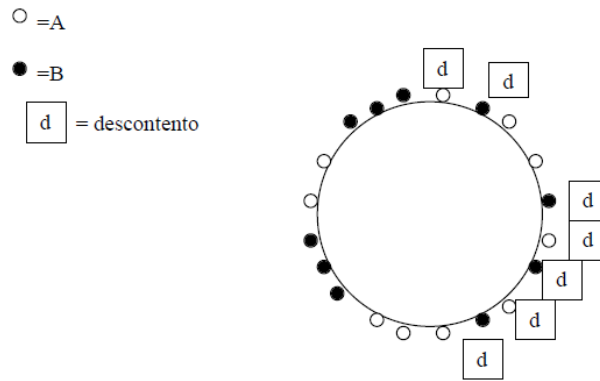
En el trabajo original, Schelling ubica a los agentes a lo largo de una línea, los cuales son de dos tipos. Cada individuo cambiará de localización si está descontento con la configuración de color de sus vecinos. Inicialmente, construye una línea con 35 estrellas y 35 ceros, que representarían a los distintos tipos de individuos. De este modo, los individuos se preocuparán porque sus vecinos sean ceros o estrellas, y se considerarán satisfechos si su demanda de vecinos de igual categoría se cumple. De lo contrario, decidirán moverse a la ubicación más cercana que satisfaga su demanda.

Cuando los individuos del modelo se mueven, algunos que previamente estaban contentos pueden dejar de estarlo debido a que su vecindad está cambiando a medida que ocurren las distintas mudanzas. Por otra parte, algunos descontentos podría pasar a estar contentos. Es así como se sucede toda la serie de mudanzas hasta que se alcanza el equilibrio, esto es, hasta que no quedan más agentes descontentos sobre esta línea construida.

En el capítulo 4 de su libro “Micromotives and Macrobehavior” (1978), Schelling amplía la dimensión del espacio e ilustra el problema ubicando monedas de dos valores diferentes sobre una tabla de ajedrez, las cuales mueve de acuerdo a distintas reglas. La tabla completa representaba la ciudad, mientras que cada recuadro sería algo así como las manzanas de dicha ciudad. A su vez, cada moneda representaba un tipo de agente diferente (por ejemplo, blancos y negros). Cada agente estaba rodeado de otros agentes, de los cuales cierta proporción tendría sus mismas características. Las reglas, en este marco, determinaban el número de agentes iguales que debería haber en aquella vecindad para que el agente se considere feliz. En caso de encontrarse descontento, el agente se movería de lugar en el tablero.

De este modo, se iban conformando barrios a medida que transcurrían las mudanzas y, cuanto más restrictivas eran las reglas (agentes menos tolerantes), más segregadas estarían las distintas regiones. Sin embargo, aún cuando los agentes tuviesen mínimos niveles de intolerancia, podría darse un resultado final con segregación.

Dentro de los modelos de segregación espacial, otra alternativa se encuentra en el modelo de Young (1998). Allí, al igual que en el modelo modificado de Schelling, hay dos tipos de agentes (por ejemplo, A y B). La utilidad de estos agentes depende de la composición de su vecindario. Aquí, tal como se observa en el Gráfico 1, en lugar de una línea, el problema se ilustra mediante círculos que representan distintas localizaciones. Si los vecinos inmediatos de un agente son distintos a él, entonces este se considerará descontento.



**Gráfico 1: Modelo de Young**

En este modelo hay distintos tipos de equilibrio. En uno de ellos, se encuentran ciertos enclaves de agentes del mismo tipo en alguna región de la superficie bajo análisis, mientras que otro equilibrio podría ser que todos los de un tipo vivan en una parte del círculo, y los del otro tipo vivan en otra.

A diferencia de Schelling, que establece que los individuos deben moverse a su punto más cercano, este último no restringe la movilidad de los agentes, permitiéndoles mover a cualquier parte del círculo.

Finalmente, un rasgo común a este tipo de modelos, es la dependencia del resultado final de la ubicación inicial de los agentes. Puede ocurrir el caso en que las regiones con el mismo grado de intolerancia podrían terminar con niveles de segregación muy distintos si inicialmente se habían distribuido de manera muy desigual.

## **4. El modelo de movilidad industrial**

A continuación se hará la exposición del modelo que pretende simular la dinámica de localización industrial proponiendo, para ello, modelar las interacciones en un modo similar al ilustrado en el Modelo de Schelling. A tal fin, se tomarán como parámetros los costos de transporte (costos que implican únicamente la movilidad) y economías de escala.

Se supone la existencia de dos tipos de firmas distribuidas en una matriz de 20 casilleros por 20, es decir, 400 firmas en total. Las diferencias entre las firmas están dadas por su tamaño. Existen dos tipos de firmas: grandes y pequeñas, las mismas estarán representadas por los casilleros de color azul y rojo, respectivamente.

Ambos tipos de firmas se diferencian en dos parámetros claves: el grado en que las economías de escala la benefician, como así también en los costos que implica mudarse. El cociente entre ambos parámetros, determina, en cierta forma, el “precio relativo” de mudarse, aspecto que se precisa con mayor detalle en las simulaciones.

Las economías de escala se relacionan con los beneficios derivados de la concentración, medida como cantidad de vecinos del mismo tamaño que tiene la firma en consideración. En el caso de los costos, los mismos se determinan teniendo en cuenta el gasto necesario de traslado que debe afrontar la empresa, y corresponde a una suma fija por cantidad de casilleros a atravesar.

Adicionalmente, se supone que las firmas chicas se caracterizan por tener costos de traslado inferiores a las empresas grandes, mientras que, en comparación, sus economías de escala serán menores.

Las empresas tienen visión completa de las aglomeraciones que existen en toda la matriz. Sin embargo, al momento de contar vecinos, solo considerarán a sus ocho vecinos más cercanos.

En principio, lo que motiva a las firmas a moverse es el beneficio generado por la concentración del mismo tipo de empresas en un lugar geográfico en particular. Estos beneficios comprenden desde una mayor demanda de productos generada por aquella concentración, lo cual conlleva a menores costos de transporte, como así también, a menores costos a afrontarse debido a la cercanía a los diferentes integrantes de la cadena productiva, entre otros.

Existe un mecanismo de selección que toma aleatoriamente dos firmas. Si son del mismo tipo, no existirá intercambio, por lo que se seleccionarán otras dos firmas hasta que sean de diferente tamaño. En este caso, se evaluará para cada firma el beneficio de mudarse a la posición de la otra empresa. La ganancia a obtener en la nueva posición sería:

$$\pi'_i = \sigma X'_i - \tau D$$

$$D = |a_0 - a_1| + |b_0 - b_1| - 1$$

donde  $X'_i$  indica la cantidad de vecinos del mismo tipo  $i$  que tiene la firma  $j$  en la posición a intercambiar,  $\sigma$  representa el valor de las economías de escala,  $D$  es la distancia que tiene que recorrer la firma, donde  $(a_0, b_0)$  representa las coordenadas en la ubicación inicial y  $(a_1, b_1)$  las coordenadas de la ubicación a donde potencialmente se mudaría -véase Page (1998)- y  $\tau$  el coeficiente que representa los costos de transporte.

De manera que si  $\pi'_i > \pi_i$  (distribución inicial de beneficios) la firma decidirá mudarse. Si esto se cumple para ambas firmas, se producirá el intercambio de lugares.

## 5. Ejercicio de Simulaciones

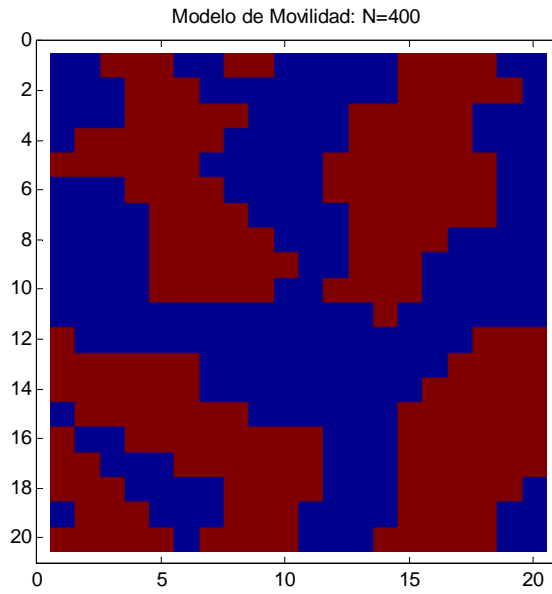
### 5.1 Reducción proporcional de costos para ambos tipos de empresas

#### 5.1.1 Simulación Original [20-4-6-4-2.66]<sup>3</sup>

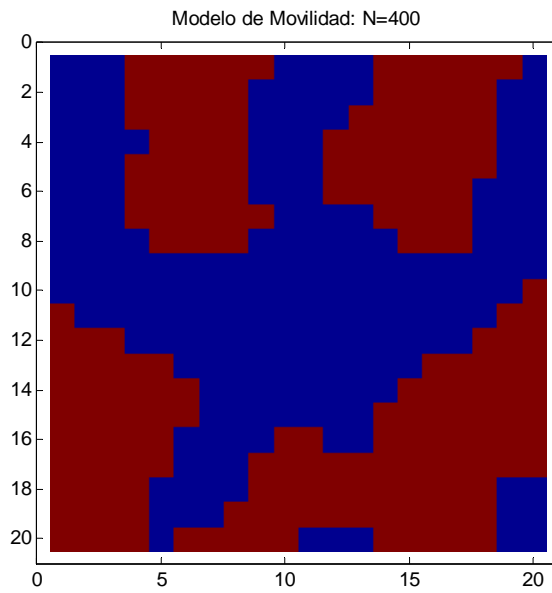
Se simula la dinámica de la concentración de 400 empresas para el caso en que las economías de escala de las firmas grandes (casillero azul) asumen un valor de 4 y las chicas de 6 (rojo), mientras que los costos de mudanza ascienden a 4 y 2.66, respectivamente.

---

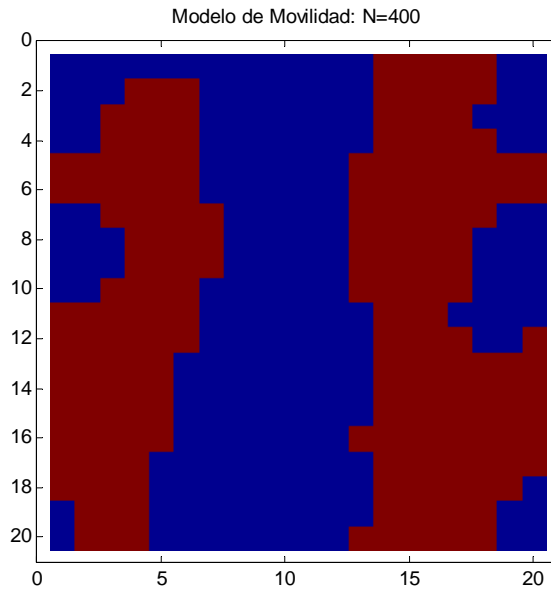
<sup>3</sup> Definición de parámetros: [Raíz cuadrada del número de firmas, economías de escala de las firmas grandes, economías de escala de las firmas pequeñas, costos de firmas grandes, costos de firmas pequeñas]. En lo que refiere a la cantidad de iteraciones, esta se homogeneizó en 30.000 para la totalidad de las simulaciones.



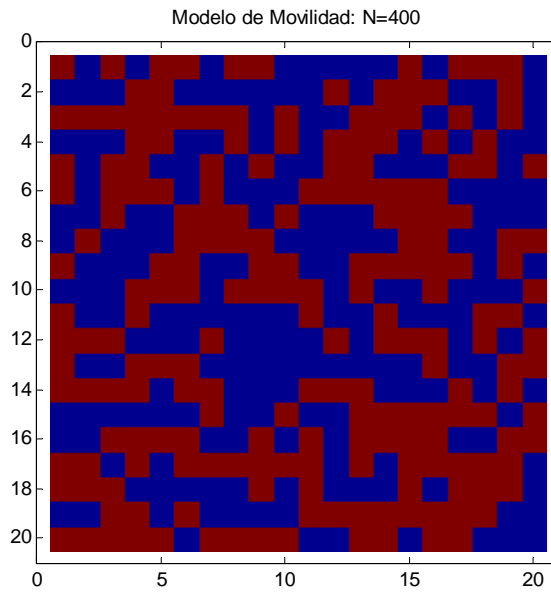
**5.1.2 Simulación de reducción de costos en un 50% para ambas firmas. [20-4-6-2-1.33]**



**5.1.3 Simulación de reducción de costos en 75% para ambas firmas.  
[20-4-6-1-0.67]**



**5.1.4 Simulación de eliminación total de los costos para ambas firmas.  
[20-4-6-0-0]**

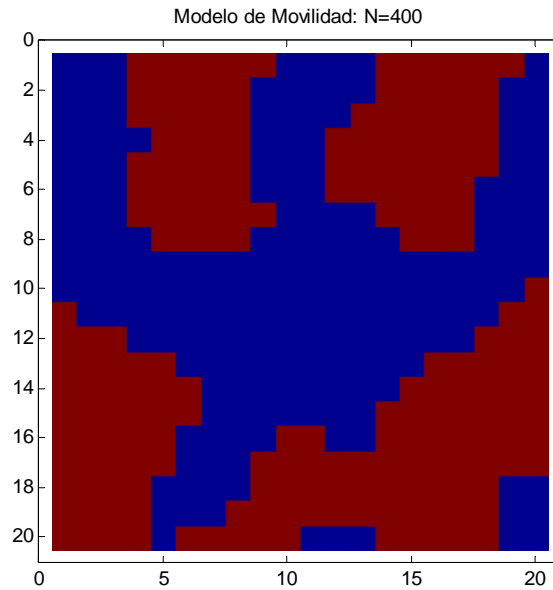




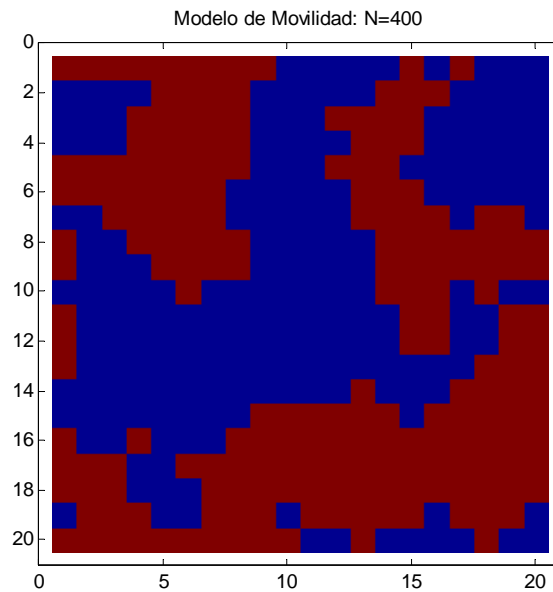
## 5.2 Reducción de costos para las empresas grandes y chicas en particular.

A diferencia del caso anterior, esta simulación tiene como objetivo individualizar la reducción de costos por tipo de firma. En este primer caso, se considera a las empresas grandes:

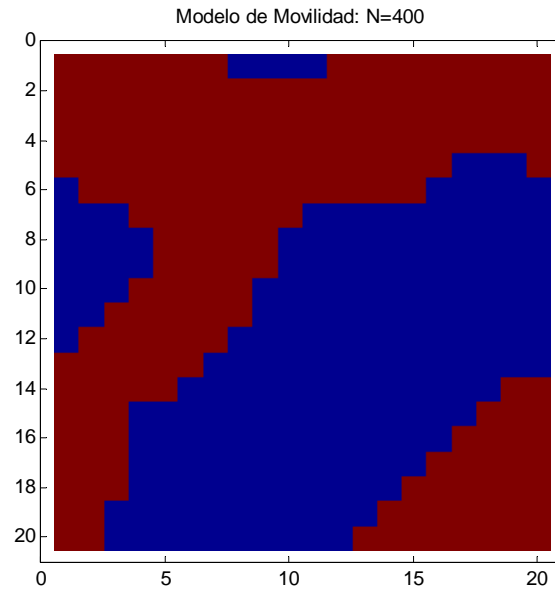
### 5.2.1 Simulación Original [20-4-6-2-1.33]



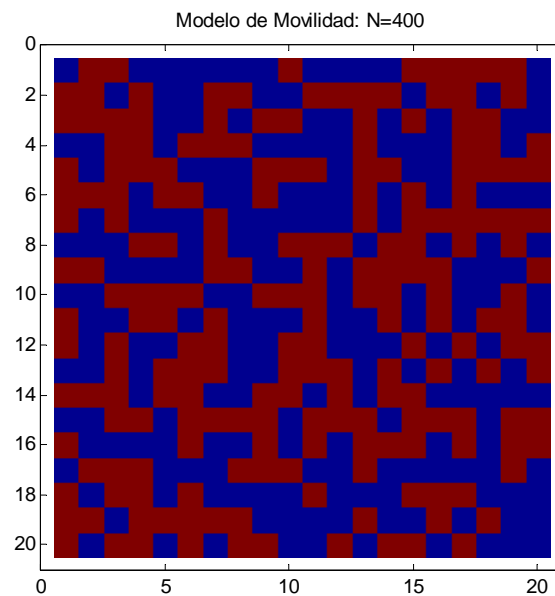
### 5.2.2 Simulación de reducción de costos en un 50% para la empresa grande [20-4-6-1-1.33]



### 5.2.3 Simulación de eliminación total de los costos para la firma grande [20-4-6-0-1.33]

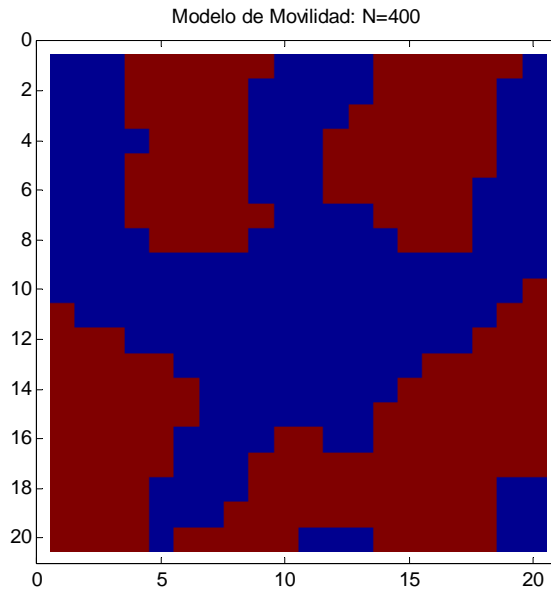


### 5.2.4 Simulación de implementación de subsidio a la radicación de firmas de empresas grandes [20-4-6-(-2)-1.33]

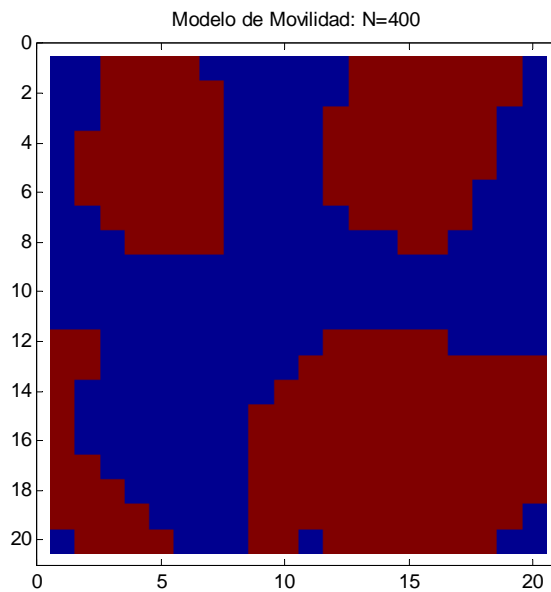


En cambio, en este segundo caso, se considera únicamente a las empresas pequeñas:

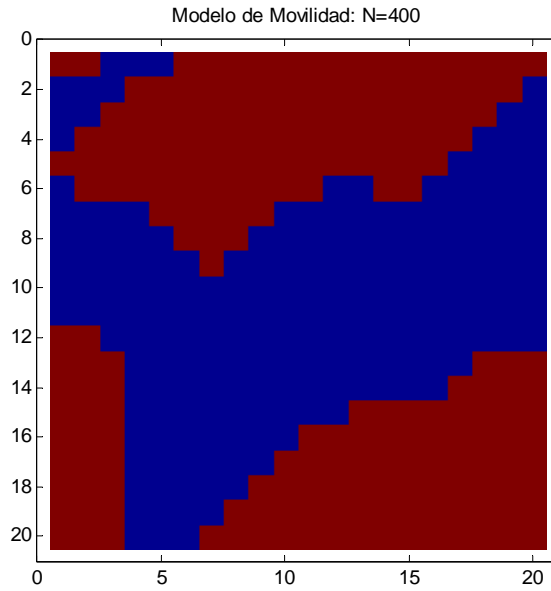
### 5.3.1 Simulación Original [20-4-6-2-1.33]



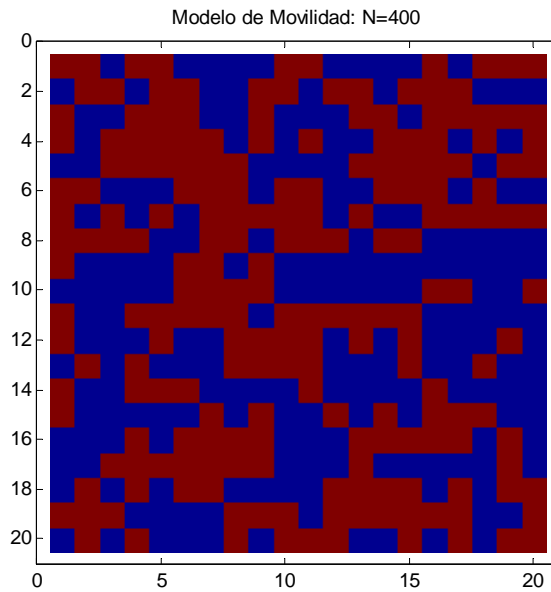
### 5.3.2 Simulación de reducción de costos en un 50% para la empresa pequeñas [20-4-6-2-0.67]



### 5.3.3 Simulación de eliminación total de los costos para la firma pequeña [20-4-6-2-0]



### 5.3.4 Simulación de implementación de subsidio a la radicación de firmas pequeñas. [20-4-6-2-(-1.33)]



## 6. Análisis de resultados

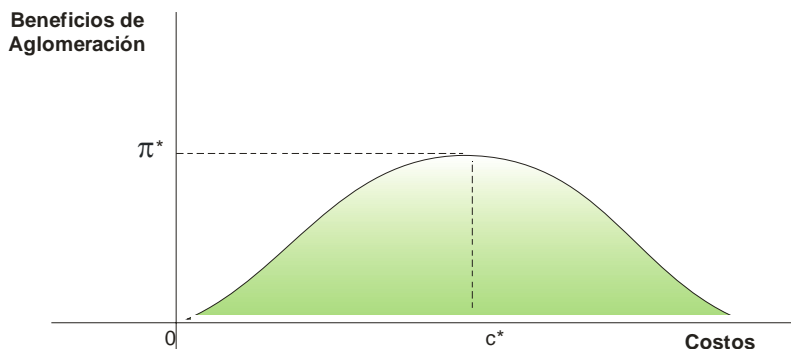
En lo referente a la reducción proporcional de los costos en ambas empresas, el análisis minucioso de las distintas alternativas de costos permite observar que, cuando el nivel de costos de transporte es elevado, no es posible identificar rasgos definidos de concentración en función del tamaño de la empresa bajo consideración. Sin embargo, a medida que los costos van reduciéndose, sí es posible visualizar una tendencia a la concentración hasta llegar a un punto crítico a partir del cual dicha tendencia tiende a revertirse. Si bien este punto puede constituir uno de los potenciales equilibrios del modelo, los distintos escenarios plantean cierta inquietud sobre la estabilidad del mismo.

Ahora bien, al individualizar los efectos de las variaciones de los costos por tipo de empresa, si se parte de una situación original sin patrones definidos, se observa que, si bien es posible alcanzar cierto nivel de concentración al reducir inicialmente los costos (dependiendo del tipo de firma), al comparar dicha situación con los resultados obtenidos por la reducción proporcional, los niveles de concentración similar se encuentran en valores de costos más bajos (cerca de cero). No obstante, la implementación de un escenario con costos negativos, situación que denota la movilidad como generadora de beneficios adicionales (subsidio), otorga indicios sobre la desvinculación de las firmas.

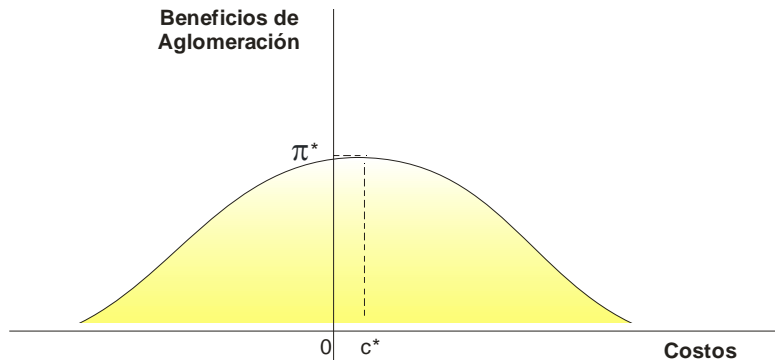
Una de las posibles explicaciones de aquel fenómeno es posible encontrarla en situaciones donde la implementación de políticas económicas generales conduciría a menores niveles de bienestar agregado a los alcanzados por políticas selectivas y diferenciales; dadas las características particulares de las firmas que componen los sectores en discusión.

De este modo, la relación entre los beneficios derivados de la concentración y los costos adquiere forma de *cuasi* Curva de Laffer, donde los beneficios aumentarían a la par de los costos hasta alcanzar un determinado punto crítico luego del cual aquellas ventajas comienzan a decrecer. Por ende, la concentración de firmas de un mismo tipo estaría garantizada por determinado nivel de costos óptimo, fuera del cual las firmas, o bien optan por agrupaciones minoritarias (cola izquierda de  $c^*$ ), o bien los costos son tan elevados que las firmas mantienen su posición de aislamiento original (cola derecha de  $c^*$ ) [Véase Gráfico 2].

Como bien se mencionó anteriormente, si se compara el esquema de la reducción de costos proporcional en ambas firmas con aquel donde la política de reducción de costos se realiza según el tipo de firma, pero, en este caso, teniendo en cuenta la supuesta forma funcional de la curva antes descrita, es posible apreciar cierta traslación hacia la izquierda, obteniéndose, por lo tanto, un punto crítico más cercano al eje de las ordenadas [Véase Gráfico 3].



**Gráfico 2: Beneficios de Aglomeración I**



**Gráfico 3: Beneficios de Aglomeración II**

## 7. Conclusiones

A lo largo del trabajo se ha mostrado cómo es posible utilizar la dinámica del modelo de Schelling para estudiar dinámicas inherentes al proceso de movilidad geográfica entre firmas. De este modo, ha sido posible extraer conclusiones de manera análoga a cómo Schelling infería resultados sobre el problema de la segregación racial. Por ejemplo, al igual que en el modelo de Schelling donde la gente deseaba rodearse de personas de su mismo color, en nuestro caso, será conveniente para cada firma estar rodeada por la mayor cantidad de empresas con características similares, debido a que en términos de competencia podría ser desventajoso rodearse de firmas de tamaño superior, al mismo tiempo que las grandes firmas naturalmente tenderán a relacionarse con otras de su mismo tamaño por cuestiones asociadas al prestigio, publicidad, etc.

En lo que compete a nuestro modelo en particular, nos hemos focalizado en el estudio de la relación entre los costos de transporte y las consecuentes agrupaciones de firmas. Como es de esperarse, la reducción gradual de aquellos costos abarata el “precio relativo” de mudarse. Es por eso que cuando una firma sufre estas modificaciones en sus costos se observa una mayor concentración de empresas de su mismo tipo. Ahora bien, el análisis exhaustivo de las simulaciones, nos permite afirmar que dicha relación, es decir, beneficios de aglomeración versus sus costos asociados, no es lineal, sino más bien presenta indicios de características similares a las de la “Curva de Laffer”. Por lo tanto, sería posible determinar cierto nivel de costos óptimo bajo el cual la maximización de los beneficios de aglomeración es asequible.

En términos del modelo de Krugman (1991), lo anterior indica que las externalidades pecuniarias que existen entre las firmas de este modelo dependen de los parámetros de economías de escala, costo de transporte y también de la distribución aleatoria inicial de firmas.

En lo que refiere a posibles extensiones, podríamos citar: i) La incorporación de cierta noción de demanda mediante la cual no necesariamente la distribución inicial estaría condicionando el resultado final; ii) La introducción de la posibilidad de que cada firma evalúe todas las potenciales alternativas de movilidad que se le podrían presentar (en el caso del modelo aquí desarrollado, no existe aquella evaluación exhaustiva de alternativas, sino que únicamente se estudian las alternativas que se presentan como resultado de una selección puramente aleatoria).

## 8. Bibliografía utilizada

- [1]. Artis, Ramos and Surinach. *Job losses, outsourcing and relocation: Empirical evidence using microdata*, Document de Treball, CREAP 2006-05.
- [2]. Diario Guardian, Nick Mathiason. *Revenue targets firms that relocate to avoid UK tax*, Dirección URL: <http://www.guardian.co.uk/business/tax-gap-blog/2009/dec/06/revenue-targets-relocation-tax-avoidance>
- [3]. Duranton and Puga. *Micro-Foundations of urban Agglomeration Economies*, NBER Working Paper 9931, 2003.
- [4]. Fujita, Krugman and Venables. *The spatial Economy: cities, regions and international trade*, MIT Press, 2001.
- [5]. Gabaix, Xavier. ‘‘Zipf’s Law and the Growth of Cities’’, American Economic Review Vol 89 Nro 2, 1999, pp 129–132.
- [6]. Hans-Friedrich Eckey and Reinhold Kosfeld. *New Economic Geography. Critical reflections, regional policy implications and further developments*, JEL: R10, R12.
- [7]. Heymann, D.; R. Perazzo y M. Zimmermann. *Modelos Económicos con Múltiples agentes*. Working paper. Universidad de San Andrés, 2008.
- [8]. Knoben and Oerlemans. *The effects of firm relocation on firm performance: A literature review*, Free University Amsterdam, ERSA 2005.
- [9]. Krugman, Paul. *The Self-Organizing Economy*, Cambridge, Mass., and Oxford: Blackwell Publishers, 1996.
- [10]. Krugman, Paul. *Geography and Trade*, Cambridge/Mass, 1991.
- [11]. Krugman and Venables. *Globalization and the Inequality of Nations*, Quarterly Journal of Economics 60, 1995, pp 857–880.
- [12]. Ottaviano and Puga. *Agglomeration in the global economy: A survey of the ‘new economic geography’*. Programme on International Economic Performance at the UK Economic and Social Research Council, 1997.
- [13]. Page, Scott. *On the emergence of cities*, Department of Economics, University of Iowa, 1998.
- [14]. Pellenbarg, P.H. & Wissen, L.J.G. van & Dijk, J. van. *Firm relocation: state of the art and research prospects*. Research Report 02D31, University of Groningen, Research Institute SOM (Systems, Organisations and Management), 2002.
- [15]. Puga and Venables. *The Spread of Industry: spatial agglomeration in economic development*, Centre for Economic Performance, Discussion Paper No. 279, 1996.
- [16]. Schelling, Thomas. *Models of Segregation*, The American Economic Review, Vol. 59, No. 2, Papers and Proceedings of the Eighty-first Annual Meeting of the American Economic Association, 1969, pp. 488-493

[17]. Schelling, Thomas. *Micromotives and Macrobehavior*, Cap.4 “Sorting and Mixing”. Norton, 1978.



## Anexo: Presentación del Algoritmo

```
%%% Modelo de Movilidad
%%
%% by C. Larragueta, J. Maquieyra, A. Masut, M. Milano (2009)

function nn = movilidad(N0, scale1, scale2, cost1, cost2)

global U N;

step = 150;
rand('state',0);

N = N0;

titulo = ['Modelo de Movilidad: N=', num2str(N*N)]; % Título Figura

U = round(rand(N,N)); % Aleatoriedad

film = imagesc(U,[0 1]); % Propiedades
Figura
    axis off; axis square; axis on;
    title(titulo);
    axis([0 N+1 0 N+1]);

i=1;

while i<=30000, % Cant.
Iteraciones

    i

    % Selección de la primera firma
    one = round(rand(1,2)*(N-1))+1;
    x1 = one(1); y1 = one(2);

    % Selección de la segunda firma
    two = round(rand(1,2)*(N-1))+1;
    x2 = two(1); y2 = two(2);

    % Condición para seleccionar firmas diferentes
    if U(x1,y1) == 0
        U(x1,y1) = 0;
    end;
    if U(x2,y2) == 1
        U(x2,y2) = 1;
    end;

    % Cómputo de la satisfacción para ambos tipos de firmas
    sat1 = measures_satisfaction(one,x1,y1);
    sat2 = measures_satisfaction(two,x2,y2);

    % Definición de la forma funcional para medir distancia entre
firmas
```

```

dist = abs(x1-x2)+ abs(y1-y2)-1;

% Definición de los beneficios del nuevo lugar
prof1 = (8-sat2)*scale1 - dist*cost1;
prof2 = (8-sat1)*scale2 - dist*cost2;

% Condición de movilidad para cada tipo de firma
% (Beneficios del nuevo lugar > Beneficios de la posición actual)
if prof1 - (sat1*scale1)> 0
    temp = U(x1,y1);
    U(x1,y1)=U(x2,y2);
    U(x2,y2)=temp;
end;
if prof2 - (sat2*scale2)> 0
    temp = U(x1,y1);
    U(x1,y1)=U(x2,y2);
    U(x2,y2)=temp;
end;

% Actualización de la Figura según iteración
if (mod(i,step)==0)
    set(film,'cdata',U);
    drawnow
end
i=i+1;

end

% Especificación de la forma funcional para medir la satisfacción
function sat = measures_satisfaction(one,x1,y1)

global U N;

x1 = mod(x1-2,N)+1; % Indicador vecinos situados a la izquierda
xr = mod(x1,N)+1;   % Indicador vecinos situados a la derecha
yb = mod(y1-2,N)+1; % Indicador vecinos situados por debajo
yt = mod(y1,N)+1;  % Indicador vecinos situados por encima

% Medición de la cantidad de vecinos
neig = U(x1,y1) + U(xr,y1) + U(x1,yb) + U(x1,yt);
neig = neig + U(x1,yb) + U(x1,yt) + U(xr, yb) + U(xr, yt);

% Medición de la satisfacción
if U(x1,y1) == 0
    sat = 8-neig;
else
    sat = neig;
end;

```