

PEQUEÑAS ANECDOTAS SOBRE  
APRENDIZAJE EN ECONOMIAS DE ALTA  
INFLACION

ARAGÓN, NICOLÁS

FACCHINI, GABRIEL

MORRA, FERNANDO

- DICIEMBRE 2009 -

# Índice

<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	<b>3</b>
<b>II. REPRESENTACIÓN DEL SISTEMA</b>	<b>5</b>
A. MODELO MONETARIO FISCAL	5
B. ESQUEMA DE APRENDIZAJE Y FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS	8
<b>III. RESULTADOS</b>	<b>10</b>
A. CONVERGENCIA	10
B. CAMBIOS EN EL DÉFICIT FISCAL	10
C. CONVERGENCIA Y ELASTICIDAD DE LA DEMANDA DE SALDOS REALES	11
D. TAMAÑO DE LA POBLACIÓN	12
E. APRENDIZAJE CONJUNTO	13
<b>IV. CONCLUSIONES</b>	<b>14</b>
<b>V. BIBLIOGRAFÍA</b>	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.
<b>APENDICE</b>	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.

## I. Introducción

Si como Borges sospechaba, la historia universal es la historia de unas cuantas metáforas, difícilmente la cronología del pensamiento económico escape de estos márgenes.

Los elementos que componen las metáforas suelen entrelazarse unos a otros de manera azarosa e irregular. Hacia mediados del siglo pasado, Cagan (1956) analizó las características de los procesos de alta inflación. De aquellas conjeturas dos resultados fueron rescatados por el tiempo. El primero de ellos es la noción de que en economías de alta inflación los determinantes de los factores monetarios pueden ser estudiados de manera independiente de las magnitudes reales de la economía. La segunda contribución, tal vez más superficial, fue la forma funcional de la demanda de saldos reales.

Algunos años más tarde, Muth (1961) argumentó que, en tanto que la información es necesariamente escasa, el sistema económico no debería desperdiciarla. Como un principio de consistencia lógica, los individuos deberían utilizar toda la información a su disposición en cada uno de los momentos del tiempo. La hipótesis se presentó como un cambio de paradigma frente a la formulación de expectativas adaptativas, utilizada por el mismo Cagan y muchos otros economistas en la década que le precediera, que presupone que los individuos cometen errores persistentes al momento de predecir el valor futuro de las variables.

Poco más de una década más tarde Sargent y Wallace (1973) utilizaron la noción de expectativas racionales para reformular el modelo de Cagan. De aquel trabajo tres elementos merecen ser considerados con cierta atención. En primer lugar, los autores observan que, a diferencia del caso donde las expectativas responden a los valores pasados de las variables, bajo expectativas racionales el valor presente de la tasa de inflación depende de la secuencia futura de precios, de lo que se deriva un principio fundamental: bajo estas condiciones, los agentes se ven forzados a anticipar la secuencia futura de las variables (o, utilizando un anglicismo convencional, formulan sus expectativas de manera *forward looking*). En segundo lugar, el incremento de la oferta monetaria es una fuente potencial de recursos para el sector público consolidado, lo que significa que la inflación puede (en principio) generarse por el financiamiento del déficit fiscal. Considerando que los recursos generados por la emisión dependen de la tasa de inflación, el proceso que genera la oferta monetaria no debería ser independiente de los precios. En tercer lugar, la combinación de aquellas dos observaciones deja abierta la posibilidad de que el proceso se realimente: el nivel de emisión depende de la inflación esperada, que a su vez depende del nivel de emisión.

La posibilidad de múltiples equilibrios modificó el debate: si la naturaleza de los factores monetarios dependía de la forma en la que los individuos procesan la información, es comprensible que las discusiones comenzaran por estos últimos. Las peripecias de este debate ya pueden encontrarse en Jacobs (1977), que utilizará expectativas adaptativas aumentadas por un coeficiente no lineal en el error, cuya velocidad de ajuste es proporcional a la aceleración de la tasa de inflación. La condición de estabilidad en este caso era similar a la convencional para expectativas adaptativas, pero los resultados ajustaron mejor a los datos cuando se lo compara con las estimaciones de Cagan. Por otra parte, el autor incluye una explicación adicional al problema: la inflación podría tornarse un fenómeno inestable cuando el gobierno intenta recaudar señoreaje por encima de la demanda deseada de dinero de los

individuos. Algunos años más tarde Peel y Metcalfe (1979) relajan el supuesto de homogeneidad en la formación de expectativas. Los autores argumentan que el supuesto de expectativas racionales es demasiado restrictivo para ser representativo de la población en todo momento, por lo que consideran dos tipos de agentes: firmas y trabajadores, donde estos últimos utilizan un criterio adaptativo para formar sus expectativas, mientras que las firmas lo hacen de manera racional. El mensaje es claro: la posibilidad de errores persistentes en la formación de expectativas no debería relacionarse solo con la forma en la que los individuos procesan la información sino también con la presencia de rigideces nominales, en este caso, sobre las negociaciones salariales. Pero tal vez sea en Evans y Yarrow (1981) donde, de manera incipiente, comienza a delinearse la forma definitiva que adoptará la metáfora: la posibilidad de que, dada la forma particular de la demanda de saldos reales, existan dos equilibrios, uno de alta inflación y otro de baja, ambos como respuesta a una idéntica formulación de la política monetaria.

El hecho de que la recaudación de impuesto inflacionario siga una "curva de Laffer", con un equilibrio de baja y otro de alta inflación, aparece de forma clara en Levitan (1983) y Sargent y Wallace (1987). Para este entonces resulta claro que la dinámica, estabilidad y convergencia de los distintos equilibrios depende de las hipótesis respecto al procesamiento de la información. Bajo expectativas racionales el equilibrio de alta inflación es dinámicamente estable, mientras que el equilibrio de baja inflación es inestable. De este resultado deriva una conclusión urticante: si bajo expectativas racionales es estable el equilibrio de alta inflación, entonces las economías tenderían naturalmente al peor de los estados; pero eso no es todo, una vez allí, cualquier reducción del déficit financiado con emisión tendería a acelerar el crecimiento de los precios. Este resultado se revierte con expectativas adaptativas pero solo bajo una condición: el producto del parámetro de ajuste de las expectativas y la elasticidad de la demanda de dinero debe ser menor a uno. En caso contrario, la economía se vuelve inestable y el equilibrio de alta inflación sucede.

Por entonces, la metáfora estaba completa, aunque resultaba necesario descifrarla. Bruno (1989) propuso que tanto la velocidad de ajuste de las expectativas como la elasticidad de la demanda de dinero a la tasa de interés real podían variar con la tasa de inflación (o con la tasa esperada de inflación) como consecuencia de, por ejemplo, la emergencia de mecanismos de indexación. En este caso, es posible que exista un punto crítico que separa las regiones de atracción, y ambos equilibrios sean localmente estables. Si esta presunción es cierta, entonces las políticas de estabilización precisarían no solo de una disminución del déficit fiscal, sino también de un compromiso creíble por parte del estado y los demás actores de la economía que altere las expectativas de inflación y retorne la misma al equilibrio de baja inflación. Una posibilidad no menos interesante fue planteada por Arifovic (1996), utilizando agentes que forman expectativas con un aprendizaje en base a algoritmos genéticos sobre un contexto de generaciones superpuestas. A través de simulaciones, el aprendizaje converge a un precio único cuando se mantiene una oferta monetaria constante, mientras que una tasa de inflación estable idéntica al equilibrio de baja inflación se obtiene cuando un déficit real constante es financiado con emisión. El equilibrio de alta inflación es, por lo tanto, un fenómeno posible, pero no alcanzable. La posibilidad de obtener equilibrios de alta inflación mediante procesos de aprendizaje es explorada tanto por Marcet y Nicolini (2003) como por Adams, Evans y Honkapohja (2006), en un contexto donde los agentes procesan información

económicamente. Neologismos aparte, la naturaleza de esta hipótesis y sus resultados parece combinar en proporciones variables las formuladas tanto por Jacobs o Evans y Yarrow como por Peel y Metclafe.

El presente trabajo intenta analizar una variante del que fuera considerado por Arifovic. En particular, en un contexto de dominancia fiscal, una población de individuos determinan sus expectativas de precios en base a un conjunto de estrategias codificadas en cromosomas (algoritmos genéticos). A diferencia de aquel trabajo, se descarta la modelización a través de generaciones superpuestas con el objetivo de simplificar la representación de la economía. En segundo lugar, el aprendizaje se realiza a nivel individual: los agentes tienen a disposición un conjunto de estrategias que se actualizan mediante un proceso evolutivo, mientras que en el caso de Arifovic existe una única estrategia individual (cada agente cuenta con un solo cromosoma) y el proceso de aprendizaje se realiza a nivel grupal. En palabras de R. Perazzo, este proceso de aprendizaje es similar al "ojo de la mosca": cada uno de los agentes aporta una estrategia, pero existe una norma colectiva que las regula. En este caso, se analizarán ambas alternativas, permitiendo a su vez cierta forma de aprendizaje conjunto. En particular se incorpora la posibilidad de que cada agente, en su evolución individual, incorpore las estrategias observadas del resto.

Tal vez la historia de la disciplina económica no sea más que la cronología de la lenta y laboriosa construcción de ciertos lugares comunes. Agregar algunas líneas más a uno de ellos será la intención de este trabajo.

## II. Representación del Sistema

### A. Modelo Monetario Fiscal

En esta sección se presenta un modelo simple de interacción monetaria y fiscal para el nivel de precios. El de demanda de saldos reales y el equilibrio en el mercado de dinero, que identifican el comportamiento del sector público, los agentes privados respectivamente y las interacciones entre los mismos.

De manera general, la restricción presupuestaria del conjunto gobierno-banco central se escribe:

$$g(t) + r(t)b(t) = \tau(t) + \dot{b}(t) + \frac{\dot{M}(t)}{P(t)}$$

Donde  $g(t)$  representa el gasto público,  $r(t)$  la tasa de interés,  $b(t)$  las tenencias de bonos del gobierno y  $M(t)$  la base monetaria.  $P(t)$  representa el nivel de precios y  $\tau(t)$  la recaudación por impuestos en términos reales (excepto el impuesto inflacionario). Los puntos sobre las variables representan derivadas respecto al tiempo. En el presente modelo se considera que el sector público incurre en un déficit financiero real exógeno y constante:

$$d \equiv g(t) + r(t)b(t) - \tau(t)$$

con  $d(t) = d$ . Además, se supondrá, como es usual en situaciones de alta inflación, que el gobierno no puede financiar el déficit a través del mercado de crédito (Heymann y Leijonhufvud, 1995), de manera que  $\dot{b}(t) = 0$ . De esta forma, la restricción de presupuesto del sector público consolidado resulta:

$$(1) \quad d = \dot{M}(t)/P(t)$$

Cabe aclarar que el supuesto de déficit exógeno supone implícitamente una situación donde la política monetaria debe ajustarse a la política fiscal, en otras palabras, una situación de "dominancia fiscal".

En cuanto al sector privado, se supone que el mercado de dinero se encuentra en equilibrio en todos los momentos del tiempo. Por otra parte, tanto el ingreso como la tasa de interés real son independientes del crecimiento de los precios y constantes, de manera que la demanda de dinero posee un solo argumento: la tasa de inflación esperada. De esta manera,

$$m(\pi^e(t)) = \frac{M(t)}{P(t)}$$

Tomando derivadas en el tiempo,

$$(2) \quad m'(t) \dot{\pi}^e(t) = \dot{M}(t)/P(t) - m(t)\pi(t)$$

Donde la tasa de inflación se define como  $\pi(t) = \dot{P}(t)/P(t)$ .

Combinando el equilibrio en el mercado de dinero (2) con la restricción presupuestaria (1),

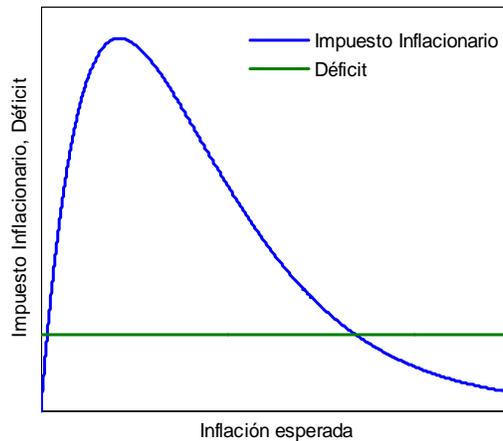
$$d = m'(t) \dot{\pi}^e(t) + m(t)\pi(t)$$

Donde  $m(t)\pi(t)$  es la recaudación de impuesto inflacionario. En principio, no es posible especificar una forma particular del lado derecho en la ecuación, ya que  $m'(t) < 0$ . Una de las formas utilizadas de manera convencional supone una curva de Laffer unimodal. De esta forma, a tasas de inflación bajas, un incremento en la tasa de crecimiento de los precios genera una caída en la demanda de dinero menor al aumento en la recaudación, de manera que la curva es creciente. Luego del punto máximo, la caída en la demanda de dinero es lo suficientemente grande como para generar una curva de recaudación con pendiente negativa. Una demanda de dinero como la presentada por Cagan (1956), esto es,

$$m(\pi^e(t)) = e^{-\alpha \pi^e(t)}$$

donde  $\alpha$  es la semielasticidad de la demanda de dinero a la tasa de interés nominal esperada, genera este tipo de patrones. Dada la forma de la curva de recaudación y un déficit constante, existen dos equilibrios. La estabilidad de los equilibrios está determinada por el mecanismo de formación de expectativas. Los esquemas de formación de expectativas utilizados comúnmente son aquellos que fueran mencionados en la introducción del trabajo: racionales y adaptativas. La dinámica del modelo cambia cualitativamente dependiendo del esquema utilizado.

Figura 1. Curva de Laffer y déficit



Si las expectativas son adaptativas, la inflación esperada refleja una corrección por el error de pronóstico incurrido en el pasado, el cual aumenta o disminuye la expectativa de inflación de acuerdo a la brecha entre la inflación actual y las expectativas pasadas en un coeficiente  $\psi$ . De esta manera,  $\dot{\pi}^e(t) = \psi(\pi(t) - \pi^e(t))$ . Con esta definición, puede demostrarse que la dinámica del modelo presentado está dada por

$$(3) \quad \dot{\pi}^e(t) = [(d - m(t)\pi(t))\psi] / [(1 - \psi\alpha)m(t)]$$

En este caso el equilibrio estable es el de baja inflación, y el equilibrio inestable es el de alta inflación, siempre y cuando se de la condición de estabilidad  $\psi\alpha < 1$ . Es decir, la elasticidad de la demanda de dinero a la tasa de interés y el coeficiente de ajuste de expectativas deben ser bajas, ya que en caso contrario la dinámica se torna inestable.

Por otra parte, si las expectativas son racionales, puede demostrarse que

$$(4) \quad \dot{\pi}^e(t) = [d - m(t)\pi(t)] / m'(t)$$

De esta manera, el equilibrio estable es el equilibrio de alta inflación y el inestable es el de baja inflación.

Como puede notarse, bajo estas condiciones el esquema de formación de expectativas es crítico a la hora de analizar la evolución del nivel de precios. El objetivo de este trabajo es determinar el comportamiento del sistema suponiendo, a diferencia de los casos ya presentados, que los agentes generan sus expectativas a través de un proceso de aprendizaje no lineal. En la próxima sección se detallará la forma particular de este mecanismo.

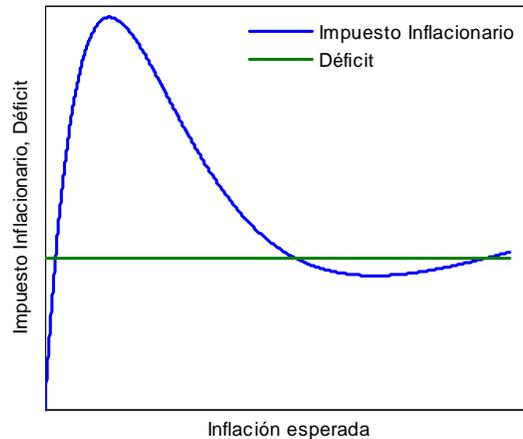
A los efectos de realizar las simulaciones resulta necesario especificar la forma funcional de la demanda de dinero. En este caso se optó por utilizar una variante de la conocida demanda de dinero de Cagan, con la forma

$$m(\pi^e(t)) = \beta + e^{-\alpha \pi^e(t)}$$

que incluye un coeficiente de demanda autónoma de dinero  $\beta$ . Éste parámetro intenta representar la supervivencia del dinero como medio de pago aún bajo condiciones extremas, un fenómeno observado en economías de alta inflación (Leijonhufvud, 1997). La inclusión de

este coeficiente agrega un estado estacionario posible en el cual la demanda endógena de saldos reales se desploma a elevados niveles de inflación esperada, mientras que la demanda autónoma sostiene la recaudación, generando un tramo creciente en la curva de Laffer. Una simple inspección de las ecuaciones (3) y (4) muestra que bajo expectativas racionales este tercer equilibrio es dinámicamente inestable, mientras que bajo expectativas adaptativas con  $\psi\alpha < 1$  es dinámicamente estable.

Figura 2. Curva de Laffer y déficit efectivo suponiendo demanda autónoma de dinero



## B. Esquema de aprendizaje y formación de expectativas

El proceso de formación de expectativas propuesto tiene características similares al que fuera presentado en Arifovic (1995). En aquel trabajo, cada agente posee un único cromosoma de números binarios que representa su estrategia única para el período. A diferencia de Arifovic, en el presente trabajo cada uno de los individuos tendrá a su disposición múltiples estrategias, de las cuales solo una de ellas será efectiva. En particular cada agente posee un conjunto de  $k$  cromosomas, cada uno de los cuales se encuentra formado por una cadena de tamaño  $m$  de números binarios (bits) representando diferentes tipos de estrategias de inflación esperada. Cada una de las mismas será evaluada en función de su desempeño, escogiendo en cada período aquella que mejor haya ajustado a la inflación en el período inmediato anterior. Los cromosomas de cada individuo se verán sujetos a combinaciones y mutaciones, con el fin de introducir cierta variabilidad, es decir, la posibilidad de que los agentes busquen entre diversas opciones aquella de mejores resultado mientras que en Arifovic hay interacción entre individuos. En el caso del presente trabajo, el impacto de un individuo sobre otro se da sólo a través del efecto agregado, aunque esto se relajará más adelante. Así, en el modelo básico presentado, esta economía es una de aprendizaje descentralizado. Esto permite analizar la evolución de expectativas heterogéneas y su convergencia a expectativas comunes, incluyendo una cierta "memoria" por parte de los agentes respecto al desempeño de sus propias estrategias en el pasado.

Cada cromosoma  $k$  define una estrategia para la expectativa de inflación del agente por medio de la siguiente decodificación binaria:

$$\pi_k^e(t) = \sum_{l=1}^m a_{l,k}(t) 2^{l-1}$$

Siendo  $a_{l,k}(t)$  el valor del bit (es decir, uno o cero) del cromosoma  $k$  en la posición  $l$  durante el período  $t$ . De las  $k$  estrategias disponibles para cada agente, se elegirá la de mayor desempeño en el período pasado.

La dinámica del modelo es la siguiente:

- 1- Se comienza con una expectativa de inflación  $\pi_0^e$ . La expectativa de inflación efectiva se corresponde con el valor decodificado del primer cromosoma. De esta manera, se define la correspondiente demanda de saldos reales de cada individuo. Los demás cromosomas se obtienen de manera aleatoria.
- 2- La demanda de saldos reales de la economía se obtiene como la suma de las demandas individuales.
- 3- Dado el déficit y el equilibrio en el mercado monetario, se obtienen los precios de equilibrio.
- 4- Los agentes comparan su expectativa con la inflación efectiva y obtienen una medida de desempeño para cada una de sus estrategias, hayan sido utilizadas o no. Esta medida se obtiene como la negativa de la diferencia cuadrática entre la inflación efectiva y la decodificación de cada cromosoma. En cada período todos los agentes calculan el desempeño de cada uno de sus cromosomas.
- 5- Las estrategias de cada agente se actualizan con una probabilidad  $p_{evolve}$ . Es decir, en cada período sólo un conjunto de agentes actualizan sus estrategias. La actualización de estrategias se realiza en base a dos procesos:
  - a. Cruza: se elige un par de cromosomas, se divide cada cromosoma en cadenas más pequeñas. El nuevo cromosoma se genera a través de la combinación de dos subcadenas, formadas cada una de ellas por  $m - x$  bits del primer cromosoma y  $x$  bits del segundo, donde  $x$  es un número entero entre 1 y  $m$  que sirve como valor de corte y se obtiene de manera aleatoria mediante una distribución uniforme. El cromosoma resultante por el proceso de cruza reemplaza al de segundo peor desempeño.
  - b. Mutación: Se elige un cromosoma aleatoriamente, excepto el de mejor desempeño, y se cambia el valor de uno de sus bits. El cromosoma resultante reemplaza al de peor desempeño.
- 6- Una vez que se actualizan las estrategias comienza un nuevo periodo.

En la tercera sección se agrega, a modo de extensión, la posibilidad de que los individuos contrasten sus estrategias con las reveladas por el resto. De esta manera, se reproducen los cromosomas de las estrategias efectivamente utilizadas mediante una ruleta sesgada. Las estrategias efectivas de mejor desempeño presentaran una mayor probabilidad de ser copiadas. De esta forma se perpetúan aquellas que resultaron en inflaciones esperadas cercanas a la real, pero sin eliminar otras que puedan, en un futuro, ofrecer un mejor desempeño ante modificaciones del contexto.

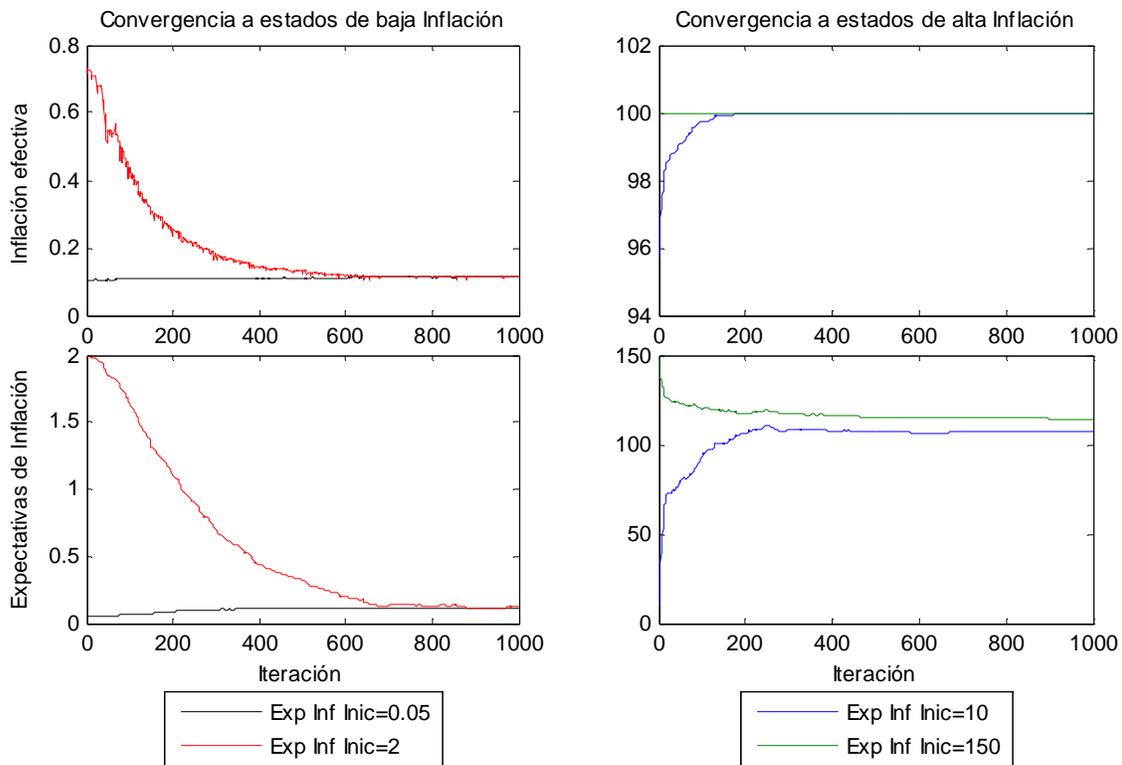
### III. Resultados

En esta sección se realizará un breve repaso sobre el comportamiento del modelo a través de un conjunto de simulaciones que intentan evaluar los posibles resultados ante modificaciones de los principales parámetros.

#### A. Convergencia

El modelo planteado en el inciso anterior presenta la posibilidad de que existan, ante un mismo nivel de déficit, tres equilibrios posibles. Como puede observarse en la Figura 3, los agentes del modelo son capaces de hallar los niveles de inflación de equilibrio, aunque el resultado final depende de las condiciones iniciales. En particular, cuando las expectativas iniciales superan el valor de equilibrio de inflación media entonces las estrategias de los agentes convergen al estado de alta inflación, mientras que si se encuentran por debajo el equilibrio de baja inflación es alcanzado. De este resultado se desprende una primer conclusión importante: la inflación no sólo depende del déficit a financiar sino también de las expectativas previas (exógenas al modelo).

Figura 3. Convergencia ante cambios en las expectativas de inflación iniciales

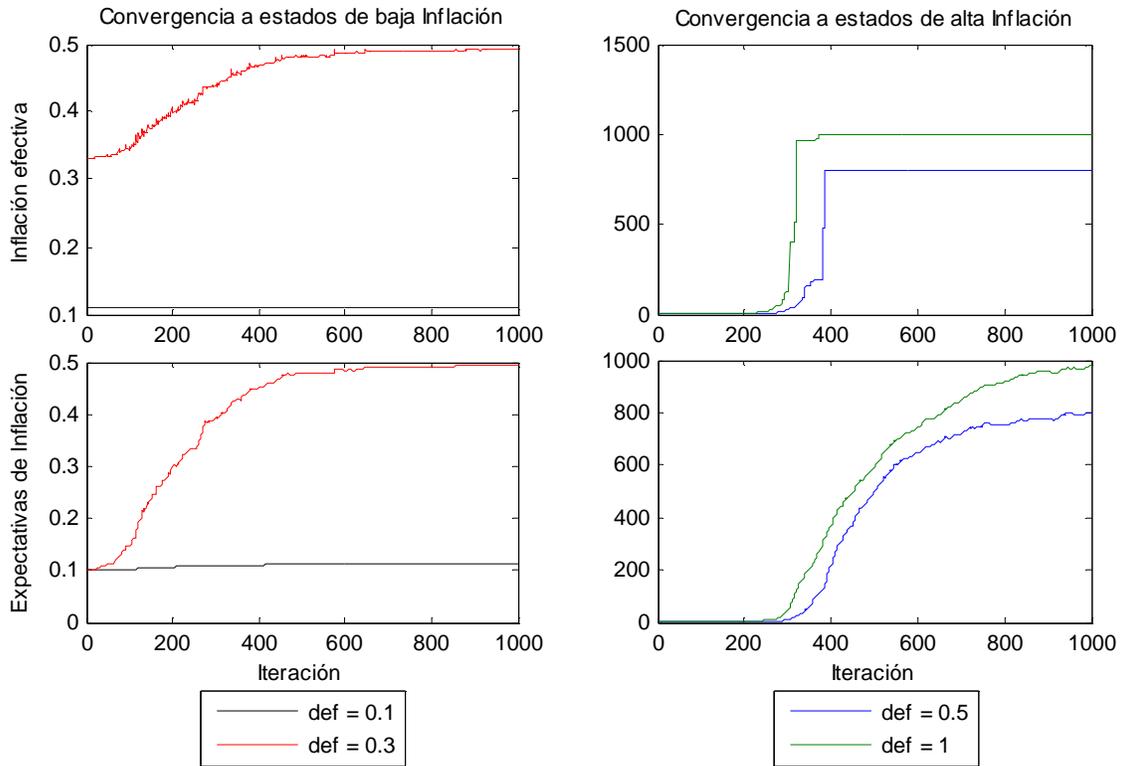


#### B. Cambios en el déficit fiscal

La convergencia del modelo hacia los estados previamente indicados presenta ciertas ventajas cuando se consideran modificaciones en los niveles de déficit. En particular, considerando las mismas condiciones iniciales para el resto de los parámetros, el equilibrio alcanzado ante un mayor nivel de déficit presenta un incremento en la tasa de inflación. Un segundo punto a destacar en este caso es aquel que fuera planteado por Jacobs (1979), esto es, que la inflación

podría tornarse un fenómeno inestable cuando el gobierno intenta recaudar señoreaje por encima de la demanda (endógena) deseada de dinero. En este caso, un nivel de déficit elevado hace que el modelo converja invariablemente hacia el estado de alta inflación.

Figura 4. Convergencia ante cambios en el nivel de déficit.

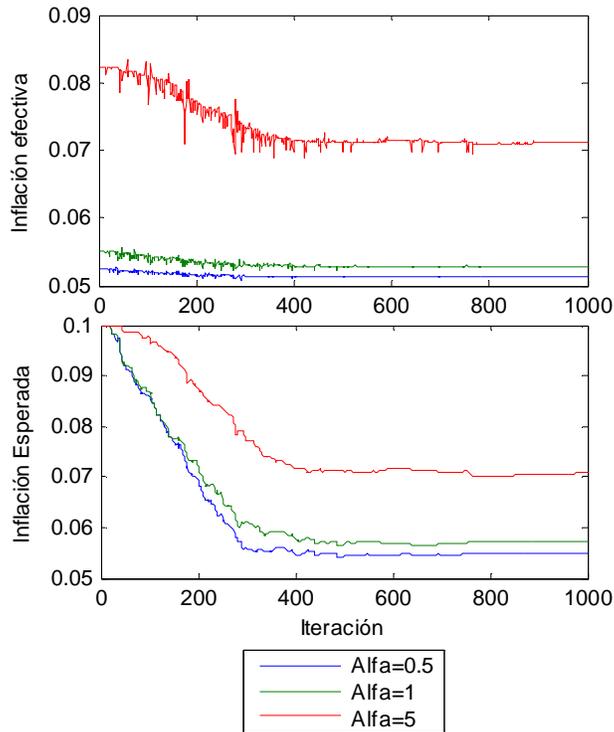


### C. Convergencia y elasticidad de la demanda de saldos reales

Si bien el proceso de aprendizaje planteado se diferencia en varios aspectos de las expectativas adaptativas, ambos comparten un elemento común: los agentes modifican sus estimaciones en función de los errores de estimación pasados. Por otra parte, la estabilidad de los equilibrios para algoritmos genéticos es similar a la del caso de expectativas adaptativas en el cual  $\psi\alpha < 1$ . Estas coincidencias dejan abierto el interrogante sobre las diferencias concretas entre ambos mecanismos.

Sin intenciones de alcanzar una respuesta concluyente, un experimento que plantea diferencias profundas entre ambos esquemas se relaciona con el comportamiento del modelo ante modificaciones en la elasticidad de la demanda endógena de saldos reales a la tasa de inflación. En particular, se observa que la dinámica de los equilibrios no se altera cuando se modifica el valor de dicho parámetro, ya que siempre se converge al equilibrio de baja inflación (aunque el valor de ésta inflación de equilibrio cambia al cambiar la elasticidad de la demanda de dinero a la tasa de interés nominal). Este resultado sugiere que el mecanismo de aprendizaje a través de algoritmos genéticos es independiente de la estructura del problema del agente.

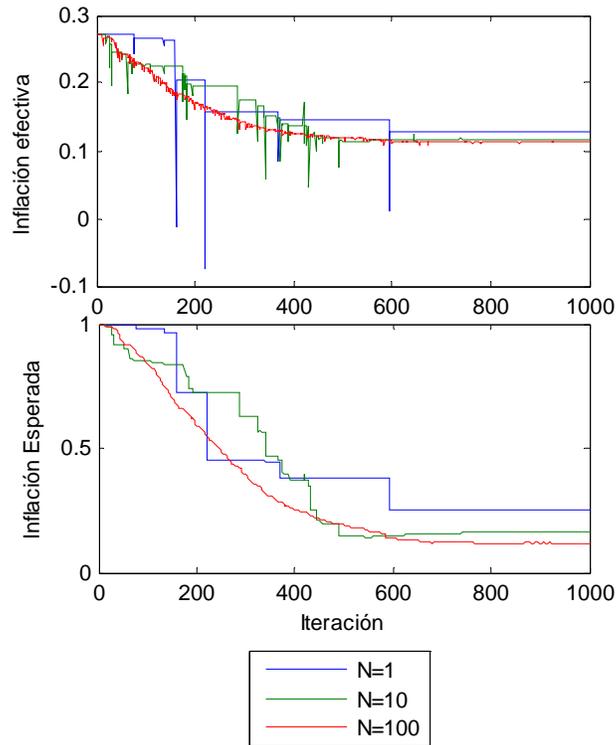
Figura 5. Convergencia ante cambios en la elasticidad de demanda de saldos reales.



#### D. Tamaño de la Población

Un último punto que resulta interesante resaltar se basa en el posible efecto de la interacción de los agentes, tanto sobre los resultados como sobre la velocidad de aprendizaje de los agentes. Como puede observarse en la Figura 6, un cambio en el número de agentes tiene como resultado una aproximación más veloz al equilibrio, como resultado de una mayor diversidad de estrategias iniciales, así como también de variabilidad de las mismas en el tiempo. Esto incrementa la posibilidad de que aparezcan en el total de la población un conjunto de cromosomas que ajusten mejor a la inflación efectiva.

Figura 6. Convergencia ante cambios en el tamaño de población.

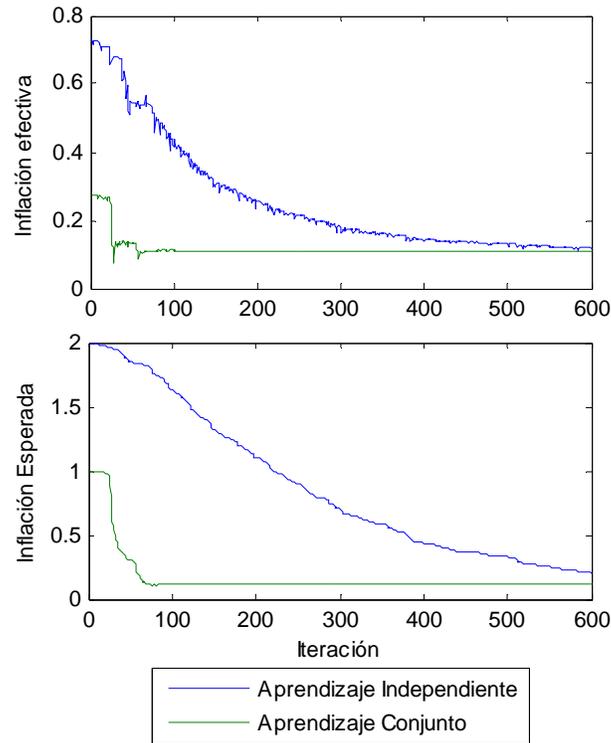


### E. Aprendizaje conjunto

Una variante del modelo presentado anteriormente surge de considerar la posibilidad de que cada individuo de la población imite las estrategias reveladas por el resto. Una forma de incluir este tipo de “aprendizaje conjunto” se obtiene al incorporar a la evolución de cada uno de los cromosomas un mecanismo de reproducción de las estrategias observadas en la población. En particular, al mecanismo de formación de expectativas detallado previamente se le agrega una etapa previa, donde a aquellos agentes cuyo genoma se encuentra sujeto a evolución sustituyen su estrategia efectiva por una de las presentadas por el resto de los agentes. La nueva estrategia se obtiene mediante una “ruleta sesgada” que asigna una probabilidad proporcional al desempeño del cromosoma durante el período inmediato anterior.

Como puede observarse en la Figura 7, el aprendizaje conjunto acelera los resultados de convergencia. La posibilidad de compartir información hace que las estrategias de mejor desempeño se difundan rápidamente al total de la población, aún manteniendo la variabilidad de estrategias que presenta el modelo original. En principio, esto permite que los individuos no solo puedan aprender de manera veloz, gracias a la transmisión de estrategias, sino también responder rápidamente ante cambios en el contexto, como resultado de la diversidad de cromosomas a nivel individual.

Figura 7. Convergencia con y sin aprendizaje conjunto.



#### IV. Conclusiones

Si bien los experimentos detallados no tienen como intención enumerar de manera taxativa todas las posibles aristas del modelo, las variantes exploradas presentan patrones de particular interés. De manera similar al modelo estándar, el nivel de déficit y el nivel inicial de inflación esperada importan a la hora de definir el equilibrio final de la economía. Si bien estos resultados son similares a los de expectativas adaptativas, la estabilidad bajo este aprendizaje es más fuerte, ya que la condición de estabilidad necesaria  $\psi\alpha < 1$  no se requiere en este caso. El esquema de aprendizaje no lineal hace que la convergencia del mismo se independice de la estructura del modelo.

Por otra parte, la posibilidad de incluir un conjunto de agentes permite explorar diferentes variantes en cuanto a la población total y sus posibles interacciones. El efecto composición de la población tiene, como es esperable en un modelo evolutivo, efectos positivos en la búsqueda del equilibrio. Por otra parte, el aprendizaje conjunto permite una sensible supervivencia de expectativas de buen desempeño, lo que hace que el equilibrio se encuentre más rápidamente.

Por último, el trabajo permite múltiples y potencialmente interesantes extensiones. En particular, el modelo presenta un equilibrio estable de alta inflación. La posibilidad de permanecer en este equilibrio depende fuertemente de que los agentes no formulen expectativas pesimistas respecto del valor esperado del cambio de precios. Una variación brusca del déficit fiscal puede generar un salto en la tasa de inflación, mientras que, si en el

esquema de aprendizaje los agentes son altamente sensibles a los valores presentes de la misma, la economía podría cambiar un equilibrio de alta inflación por uno de baja. La posibilidad de una política de shock inversa permitiría fundamentar las presunciones de Bruno (1989). La necesidad de explorar nuevos esquemas de aprendizaje es, entonces, la agenda de trabajo que deja abierta el modelo planteado.

## V. Referencias

Adams, K., Evans, G. y Honkapohja, S. (2006), "Are hyperinflation paths learnable?" *Journal of Economic Dynamics & Control* 30 2725–2748.

Arifovic, J. (1996) "The Behavior of the Exchange Rate in the Genetic Algorithm and Experimental Economies," *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press, vol. 104(3), pages 510-41, June

Bruno, M. (1989). "Econometrics and the Design of Economic Reform", *Econometrica*, Vol 62, pp 275-308.

Cagan, P. (1956) "The Monetary Dynamics of Hyperinflation", en Milton Friedman editor, *Studies in the quantity theory of Money*, (University of Chicago Press).

Evans, J. y Yarrow, G. (1981), "Some Implications of Alternative Expectations Hypotheses in the Monetary Analysis of Hyperinflations". *Oxford Economic Papers*, New Series, Vol. 33, No. 1, pp. 61-80

Jacobs, R. (1977). "Hyperinflations and the Supply of Money", *Money, Credit and Banking*, pp 287-303.

Kiguel, M. (1986). "Déficit e Inflación", *Desarrollo Económico*. Vol 26, pp 256, 268.

Kiguel, M. (1989). "Budget deficits, Stability and the monetary dynamics of hyperinflation", *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol 21, No 2.

Heymann, D. y Leijonhufvud, A. (1995). "High Inflation". Oxford University Press.

Leijonhufvud, A. (1997). "Macroeconomics and Complexity: Inflation Theory" en Brian Arthur, Steven Durlauf and David Lane, eds., *The Economy as an Evolving Complex System II*, Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity, Vol. XXVII, New York, Addison-Wesley.

Liviatan, N. (1983). "Inflation and the Composition of Deficit Finance" in F. E. Adams editor, *Global econometrics* (MIT Press)

Marcet, A. and Nicolini, J (2003) "Recurrent Hyperinflations and Learning", *American Economic Review*, Vol 93, No5, pp 1476-1498.

Muth. (1961). "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica* **29**, pp. 315-335.

Peel, D. y Metcalfe, J. (1979). "Divergent Expectations and the dynamic stability of some simple macroeconomic models", *The Economic Journal*, Vol 89, pp 786, 798.

Sargent, T. J., 1993, *Bounded Rationality in Macroeconomics*. Clarendon-Oxford University Press, Oxford.

Sargent, T. y Wallace, N. (1973). "Rational expectations and the dynamics of hyperinflations". IER

Sargent, T. y Wallace, N. (1981). "Some Unpleasant Monetarist Arithmetic", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, pp 1-17.

Sargent, T. y Wallace, N. (1987) "Inflation and the Government Budget Constraint," *Economic Policy in Theory and Practice*, MacMillan Press, London.

## A. Apéndice

### A.1. Valores iniciales de los parámetros.

<b>Parámetros</b>	<b>Código Matlab</b>	<b>Valor</b>
<i>Deficit</i>	def	0.10
<i>Elasticidad de la demanda de dinero</i>	alfa	1
<i>Demanda autónomade saldos reales</i>	beta	0.001
<i>Número de cromosomas</i>	k	6
<i>Tamaño cromosomas</i>	m	20
<i>Tamaño población</i>	npop	100
<i>Precio inicial</i>	pex_in	0.10
<i>Número de repeticiones</i>	niter	1000
<i>Probabilidad de evolucionar</i>	pevol	0.15
<i>Semilla</i>	seed	123