

De la Colmena a la Firma: Un Modelo Agent-Based

Nicolás Luis Bottan

Ignacio Scoccimarro

Juan Pablo Vila

Departamento de Economía

Universidad de San Andrés

Abstract

Existe gran cantidad de evidencia que la naturaleza se comporta de manera óptima. Usando un modelo “agent-based” simple en un contexto de grafos logramos reproducir resultados que se observan en la naturaleza y a nivel de firmas. Por un lado el consumo medio tiende a la igualación. Luego planteamos una versión simplificada del modelo de Axtell (1999). La distribución de tamaño de las firmas se aproxima a la ley de potencia e identificamos el mecanismo principal que conduce a los resultados de Axtell. Por último, planteamos una combinación de ambos modelos y encontramos que no existe una dominancia clara de ninguno de sus efectos.

1. Introducción

Existe vasta evidencia en la naturaleza documentando que animales e insectos, seres que no poseen “racionalidad”, se comportan de manera económicamente óptima. Por ejemplo, las abejas se coordinan e igualan las ‘productividades’ marginales de las flores de las que extraen polen (Hodges & Wolf, 1981); o las palomas deciden su oferta laboral óptimamente (Morgan et al., 1992). Kahneman (1997) describe un claro divorcio entre lo que llama “decision utility” (la utilidad que bien conocemos todos los economistas: donde imponemos racionalidad, etc.) y la “experienced utility” (la satisfacción hedónica). La primera no es aplicable en la naturaleza dado que no cuentan con ‘la inteligencia’ para maximizar como supone la teoría que hacemos todas las personas. Sin embargo, logran auto-organizarse y alcanzan equilibrios que predicen las teorías económicas.

Exploramos esta teoría en un contexto de grafos con un modelo de agentes en donde consumen los ‘recursos’ del nodo en que se encuentran (dados exógenamente). Evaluamos los efectos que puede tener la topología variando las conexiones del grafo e introduciendo un ‘costo’ de transporte. Si bien no permitimos interacciones entre los agentes en forma explícita (no se comunican entre ellos como sí lo hacen las abejas), respondiendo a una simple regla de decisión observamos comportamientos que se aproximan a los de la naturaleza: no llegamos a una igualación perfecta de los consumos entre agentes pero ésta sí disminuye.¹

Los agentes adoptan un comportamiento de aversión a otros agentes en un mismo nodo. Las dinámicas son tales que el agente “escapa” cuando ingresan otros a su nodo en busca de un consumo mayor. El sistema se estabiliza en un

¹ Debido principalmente a rigideces del modelo. Bajo condiciones de número de nodos fijos y número de individuos tendiendo a ‘algo muy grande’ nos acercaríamos a la igualación perfecta de consumos sin costos de transporte.

equilibrio de estado estacionario donde no hay más mudanzas por parte de los agentes.

Por otro lado, es bien conocido que la distribución de firmas en los Estados Unidos sigue una ley de potencia (Axtell, 2001). Sin embargo, los diferentes enfoques de teoría de la firma no se dirigen a este hecho estilizado. Axtell (1999) realiza un modelo basado en agentes con el objetivo de explicar la distribución de firmas. Plantea un modelo en donde los agentes poseen distintas preferencias sobre el ocio y trabajo, en base a la cual maximizan su función de utilidad y deciden el 'esfuerzo' óptimo. La función de producción de la firma depende de la suma de los esfuerzos. El efecto de "free rider" es central en las dinámicas del modelo.

Desde un setup que solo explicita 'lo micro' obtiene dinámicas macro semejantes a los de los hechos estilizados. Modificamos el modelo inicial permitiendo la existencia de heterogeneidad de 'esfuerzos' entre agentes (fijos, no eligen esfuerzo óptimo) y producción endógena en el nodo.² Obtenemos resultados que se aproximan a los de Axtell bajo ciertas condiciones. Adicionalmente logramos identificar el mecanismo detrás del modelo de Axtell que hace tan robusto la existencia de la ley de potencia en la distribución de firmas.

Al igual que en el primer modelo, encontramos que los consumos medios se aproximan a la igualdad. Por otro lado, estudiamos las dinámicas de las firmas y el comportamiento macroeconómico. Encontramos que si bien no hay un estado estacionario como en el caso anterior, no podemos descartar la existencia de un equilibrio que presente ciclos donde los agentes con mayor dotación de esfuerzo dejan la firma cuando entran agentes con baja dotación.

Por último combinamos ambos modelos y obtenemos resultados mixtos. No existe una dominancia clara del efecto de un modelo sobre otro. Encontramos

² Utilizamos nodo o firma intercambiamente.

que los costos de transporte altera significativamente la relación de estos efectos. Encontramos una influencia fuerte del comportamiento derivado del modelo de producción exógeno sobre el endógeno al analizar la distribución de tamaños de firmas.

El trabajo tiene cuatro secciones. La primera, presenta el modelo del caso exógeno y sus resultados. En la segunda, extendemos el modelo a producción endógena y analizamos las implicancias. Luego combinamos ambos modelos en la tercera sección. La cuarta concluye.

2. Modelo con Producción Exógeno

2.1 Setup

Como cimiento de todos los modelos presentados en el trabajo creamos un grafo de M nodos y generamos N agentes distribuidos entre ellos. Para simplificar el análisis³ siempre suponemos $N = M$, por lo tanto cada agente nace en un nodo diferente. En este caso le asignamos a cada nodo “recursos” (R_j) de un bien consumidos por los agentes cuya cantidad toma valor discreto entre 1 y 10, constante a través del tiempo.

En el primer período cada agente consume lo que tiene disponible su nodo. Luego, los agentes pueden ser seleccionados aleatoriamente con una probabilidad ρ , en cuyo caso pueden decidir si mudarse a otro nodo conectado con el actual o quedarse. Para tomar esta decisión el agente evalúa:

$$\max_{j,-j} \left\{ \frac{R_j}{n_{j,t-1}}; \frac{R_{-j}}{(n_{-j,t-1} + 1)} - C_{j,-j} \right\}$$

donde $n_{j,t-1}$ es la cantidad de agentes en el nodo j en el período anterior y $C_{j,-j}$ es el costo de mudarse del nodo j al $-j$. Por lo tanto, el agente decide entre el máximo del consumo que obtuvo el período anterior o el consumo potencial que obtendría por mudarse. El juego es simultáneo. Los agentes no

³ Además de todos los controles que probamos variando conexiones, costos, etc. variar los números de nodos e individuos alarga mucho el trabajo sin aportar mucho dado que los efectos son muy intuitivos.

observan a los otros que son activados para mudarse en ese período. Por lo tanto, no pueden predecir la entrada de otros agentes al nodo actual o al que está bajo evaluación.

Una vez que los agentes jugaron, se obtiene la nueva distribución de individuos en cada nodo y se computa el pago que recibe cada uno condicional al nodo que habita y si incurrió en algún costo por mudarse:

$$U_{i,j,t} = \frac{R_j}{n_{j,t}} - C_{j,-j}$$

Si el agente no se movió, tenemos que $C_{j,-j} = 0$ naturalmente. El juego se itera K veces y luego repite desde el período inicial variando el costo de mudanza y las conexiones. En la tabla 1 presentamos los parámetros usados en las iteraciones. Todos los resultados obtenidos fueron usando esta especificación salvo aclarado lo contrario.

Tabla 1 – Parámetros Utilizados en Iteraciones

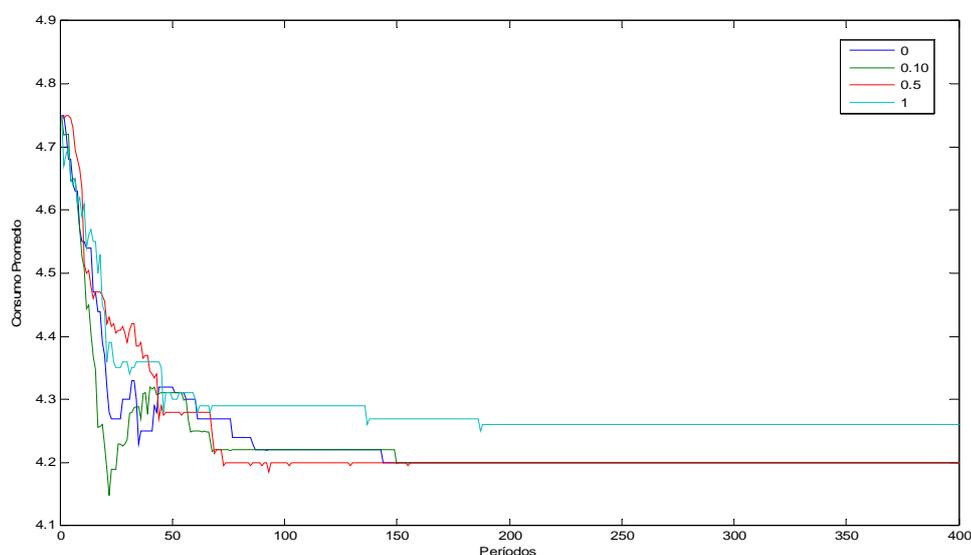
Parámetros	
Nodos = Individuos ($M=N$)	100
Recursos (R_j)	$R_j \in [1,10]$
Probabilidad de Seleccion (ρ)	0.03
Costos de Mudanza ($C_{j,-j}$)	0, 0.1, 0.5, 1
Iteraciones (K)	400

No utilizamos más agentes ni intentamos con más iteraciones por limitaciones computacionales. Optamos por una probabilidad de selección de 0,03 para observar mejor las dinámicas. En el caso extremo de $\rho = 1$ los agentes saltan de nodo en nodo periódicamente.

2.2 Resultados

Comenzando por el caso extremo en que todos los nodos están conectados entre sí, en el gráfico 1 observamos la evolución de los consumos promedios⁴. Alcanzan su máximo en el período inicial y luego disminuyen hasta estabilizarse después de 150 repeticiones (190 para el costo de transporte más alto) en su nivel más bajo. Se obtiene el consumo promedio de estado estacionario más alto en el caso de costo de transporte alto.

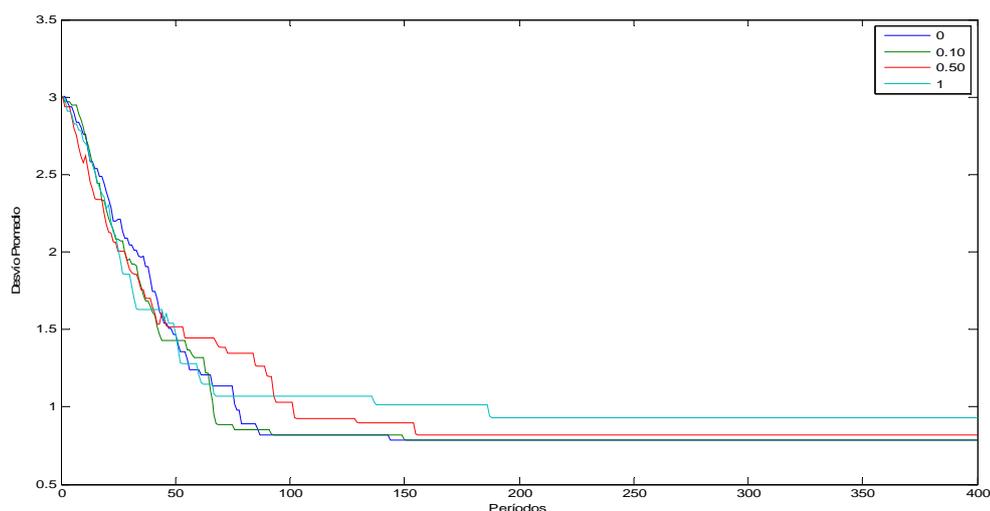
Gráfico 1 – Evolución del Consumo Promedio



Una mejor medida de la igualdad del consumo medio entre agentes es observar la evolución del desvío (gráfico 2). Los resultados son los esperados: el desvío alcanza su mínimo para costos bajos y es creciente en el costo de transporte. Para decir que logramos una igualdad perfecta del consumo medio deberíamos encontrar un desvío igual a cero. No logramos una igualdad perfecta por el hecho de que trabajamos con enteros, pero la misma sí disminuye significativamente por la que podemos afirmar que los consumos tienden a unificarse.

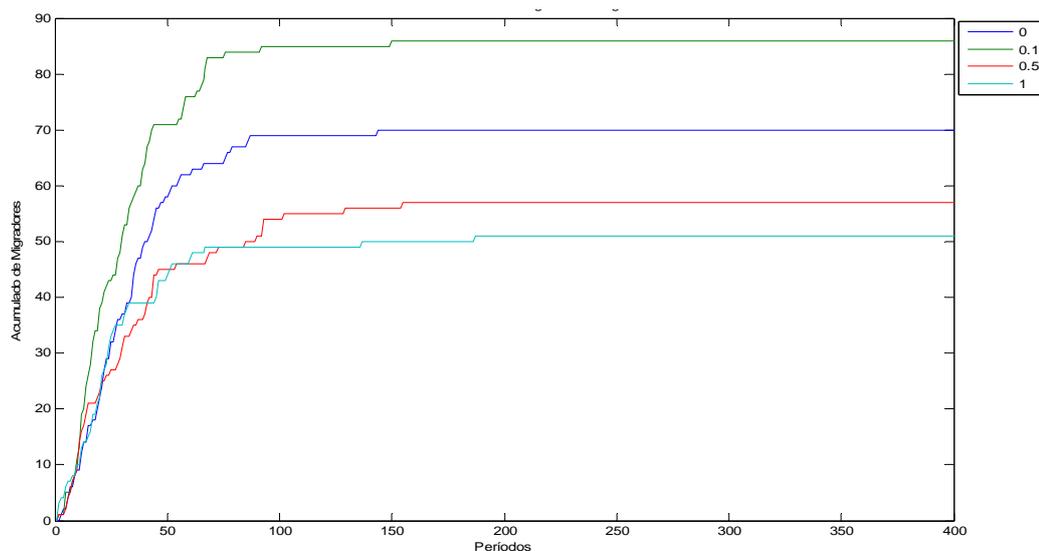
⁴ Es el consumo promedio de la población en dicho periodo. En los gráficos presentamos los resultados para distintas especificaciones de costo de transporte (indicados en los gráficos).

Gráfico 2 – Evolución del Desvío Estándar del Consumo



Con costos más elevados observamos que el consumo promedio es más alto, pero esto no es gratis. Esto se traduce en una mayor dispersión (o desigualdad) en el consumo. Evidentemente, en este caso existirán agentes que consumen grandes cantidades y otros que consumen pequeñas cantidades. Aún así, el consumo que en promedio recibe cada uno de ellos es mayor. En cierto sentido, la existencia de estos costos es una medida “eficiente” de distribución de los recursos entre los agentes. En este modelo alcanzamos un estado estacionario a nivel micro la cual se traduce al equilibrio macro obtenido. Esto queda bien claro observando la evolución del acumulado de las mudanzas de los agentes en el gráfico 3. En todos los casos se estabiliza. Es curioso observar que para un costo distinto de cero existen más mudanzas que cuando no hay fricciones. Para costos más altos sí observamos lo esperado: hay mayores desincentivos para la mudanza.

Gráfico 3 – Evolución del Acumulado de Mudanzas



Observar lo que sucede a nivel agregado es muy interesante, pero analicemos lo que sucede dentro de cada nodo en el estado estacionario. En el gráfico 4 presentamos la relación consumo per cápita y recursos del nodo. Para niveles muy bajos de recursos el consumo en esos nodos es cero (dado que no están habitadas). Para niveles de recursos intermedios (de 4 a 6) la relación es uno a uno. Para niveles más altos la pendiente es menor.

Hay una relación no lineal entre el consumo per cápita del nodo y los recursos en la misma. En el extremo, aumentar el costo de transporte aumenta la heterogeneidad de consumos en la cola superior de recursos y existen agentes en nodos con recursos más bajos. En la relación entre ocupación del nodo y los recursos (gráfico 5) existe una clara correlación positiva entre ambas variables la cual corresponde con la relación anterior. A mayor costo podemos observar que las ocupaciones de las firmas tienden a estar mayormente dadas por una persona, y a su vez, aumenta, pero de manera muy pequeña, la cantidad de gente en firmas de mayor recursos.

Gráfico 4 – Relación Consumo Per Cápita y Recursos

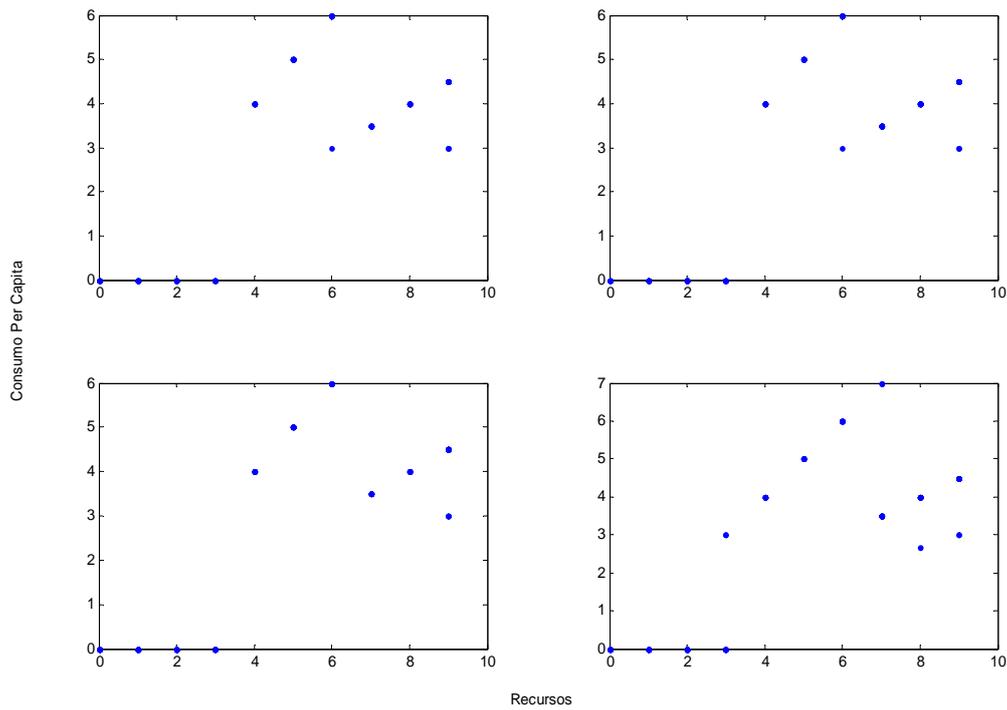
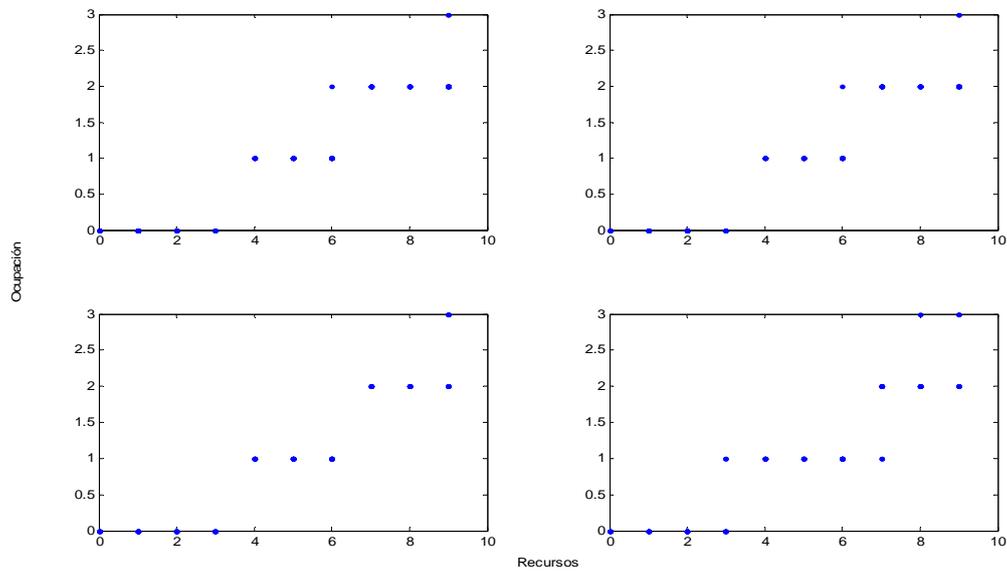


Gráfico 5 – Relación Ocupación y Recursos



Como se menciona anteriormente, los costos hacen que los individuos tengan menos incentivos a juntarse en firmas. Por ejemplo, en el caso del máximo costo se puede observar que existen agentes que prefieren quedarse solos en un nodo y no mudarse a otra a pesar de que está consumiendo menos de cuatro (donde en los otros casos el consumo mínimo es cuatro). Es decir, la

opción de ir y compartir los recursos de un nodo con otro individuo en la cual consumiría mas, pasa a ser una mala decisión debido al costo de traspaso y al hecho de que los agentes deciden en base a ese período y no el consumo esperado de un flujo de fondos que podría recibir en el futuro.

Adicionalmente, testeamos la posibilidad de que el consumo en estados estacionaria estuviera correlacionado con el nodo en que comienzan. Pero el coeficiente es cercano a cero y no es estadísticamente significativo. Estos resultados no varían significativamente cuando variamos la topología y por ello los omitimos. En el caso extremo opuesto (una topología circular donde cada nodo tiene 2 conexiones)

3. Modelo con Producción Endógeno

Con ciertas modificaciones del modelo anterior hacemos endógeno la producción en cada nodo con el objeto de obtener una versión simplificada del modelo de Axtell (1999). Al igual que antes, nos interesamos principalmente en la distribución de los consumos entre individuos y entre firmas.

También es nuestra intención observar como se desenvuelve la distribución del tamaño de las firmas, no solo para ver si este modelo nos puede entregar resultados interesantes en cuanto a la misma, sino que también para comprobar si es condición necesaria tener una especificación como la propuesta por Axtell para obtener una distribución que sigue la ley de potencia.

3.1 Setup

Planteamos una versión simplificada del modelo de Axtell (1999) construido sobre la base del modelo anterior. Ahora cada nodo ya no tiene un recurso propio exógeno y constante en el tiempo. Se puede pensar a cada nodo como una firma que tiene la siguiente función de producción:

$$F_{j,t} = aE_{j,t} + bE_{j,t}^c$$

donde $E_j = \sum_{i \in j} e_i$ es la suma de los esfuerzos de los agentes en la firma j ,

a, b, c son parámetros. Todas las firmas cuentan con las mismas tecnologías de producción.

Cada agente ahora nace con un esfuerzo, e_i , fijo en el tiempo (que toma valores discretos entre 1 y 10). Se puede pensar que cada agente nace con ciertas habilidades fijas las cuales son el insumo único en la producción del bien que consumen todos los agentes. Al igual que en el caso anterior, los agentes son activados para evaluar la posibilidad de mudarse con una probabilidad ρ . En este caso el agente debe decidir:

$$\max_{j,-j} \left\{ \frac{F_{j,t-1}}{n_{j,t-1}}; \frac{a(E_{-j,t-1} + e_i) + b(E_{-j,t-1} + e_i)^c}{(n_{-j,t-1} + 1)} - C_{j,-j} \right\}$$

El agente ahora evalúa su consumo el período pasado en la firma contra el pago potencial que recibiría en el caso de mudarse a otra firma conectada. Noten que suponemos implícitamente que el agente observa mucha información sobre las otras firmas: tamaño y total de los esfuerzos. Sin embargo, al igual que en el modelo anterior el juego es simultáneo y no observan las acciones de los otros individuos.

Una vez jugada la ronda se obtiene la distribución de individuos en los nodos. El pago que recibe cada agente al final del período es el total de la producción de la firma dividida en partes iguales entre los integrantes del mismo menos el costo de mudanza (si se mudó):

$$U_{i,j,t} = \frac{F_{j,t}}{n_{j,t}} - C_{j,-j}$$

La dinámica del juego es idéntica al modelo anterior. La tabla 2 presenta los parámetros utilizados.

Tabla 2 - Parámetros Utilizados en Iteraciones

Parámetros	
Nodos = Individuos ($M=N$)	100
Esfuerzo (e_i)	$e_i \in [1,10]$
Probabilidad de Selección (ρ)	0.03
Costos de Mudanza ($C_{j,-j}$)	0, 0.1, 0.5, 1
Iteraciones (K)	400
Función de Producción (a,b)	a=1,b=0

Para simplificar el análisis analizamos el caso de función de producción con retornos constantes a escala ($a=1, b=0$). Luego discutimos resultados obtenidos con funciones de producción con retornos crecientes a escala.

3.2 Resultados

Los efectos de introducir estas pequeñas modificaciones en el modelo original tienen grandes implicancias. Es evidente que la evolución del consumo promedio cambia drásticamente (gráfico 6). En este caso, como la dotación exógena corresponde a cada individuo y no a cada nodo, es evidente que el consumo promedio sin costos de traslado va a ser constante.⁵ Una vez que aumentamos los costos de transporte, los agentes que se mudan deben pagar un costo la cual genera variabilidad en el consumo promedio. El hecho de que la variabilidad aumenta en el costo es evidente.

⁵ Es así por construcción: la función de producción es la suma de los esfuerzos.

Gráfico 6 - Evolución del Consumo Promedio

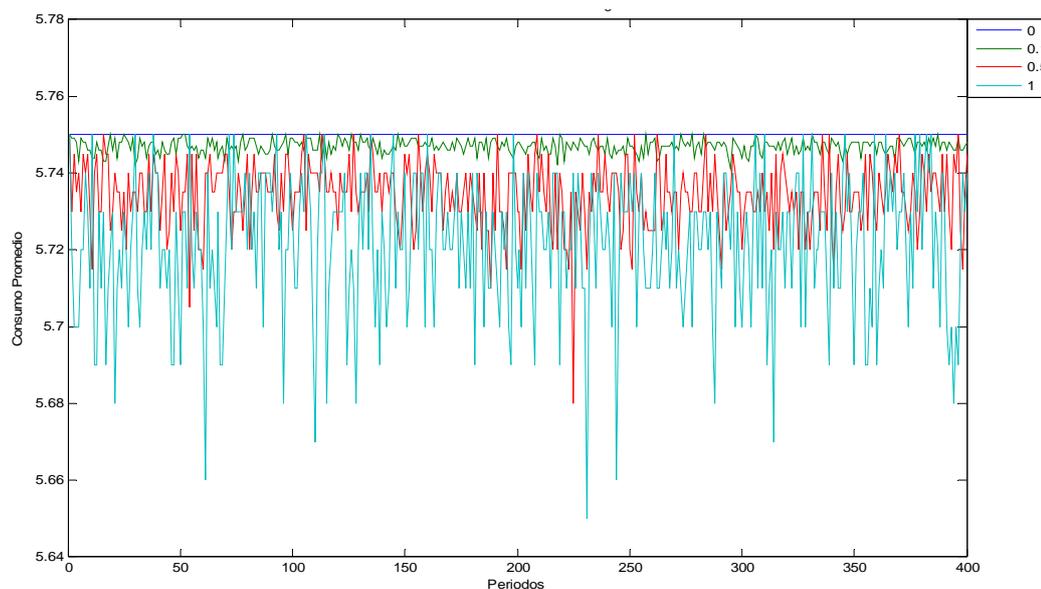
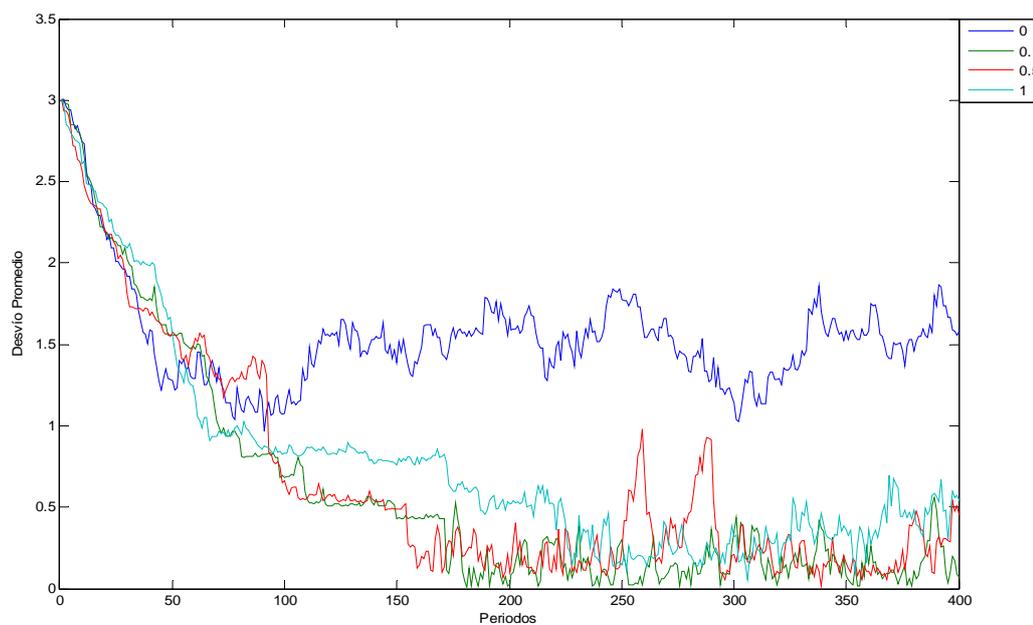


Gráfico 7 - Evolución del Desvío Estándar del Consumo (conexión: todos)

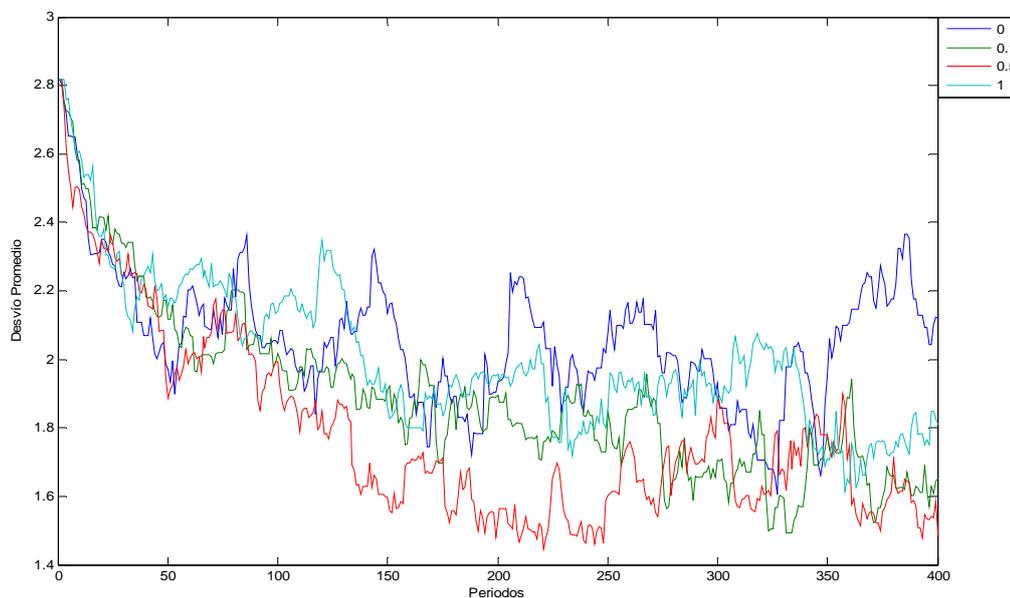


En relación a los desvíos en los consumos, nuevamente notamos significativas diferencias con respecto al modelo exógeno. La mayor dispersión en los consumos ahora se observa cuando no existe costo de traslado.⁶ Existe una brecha significativa entre el caso de cero costo con costos positivos de transporte. Nos aproximamos la igualdad perfecta entre consumos medios

⁶ Si bien el consumo promedio es constante, el desvío cambia porque hay un cambio en la distribución de consumo de los agentes. Pero como no existen costos de transporte y el consumo está definido simplemente por la suma de los esfuerzos, el consumo promedio siempre permanece constante.

en el caso de tener un costo distinto de cero. Este resultado no es robusto a variar la topología. El gráfico 8 muestra la evolución del desvío del consumo en el caso extremo opuesto de conexiones circulares.

Gráfico 8 - Evolución del Desvío Estándar del Consumo (conexión: circular)

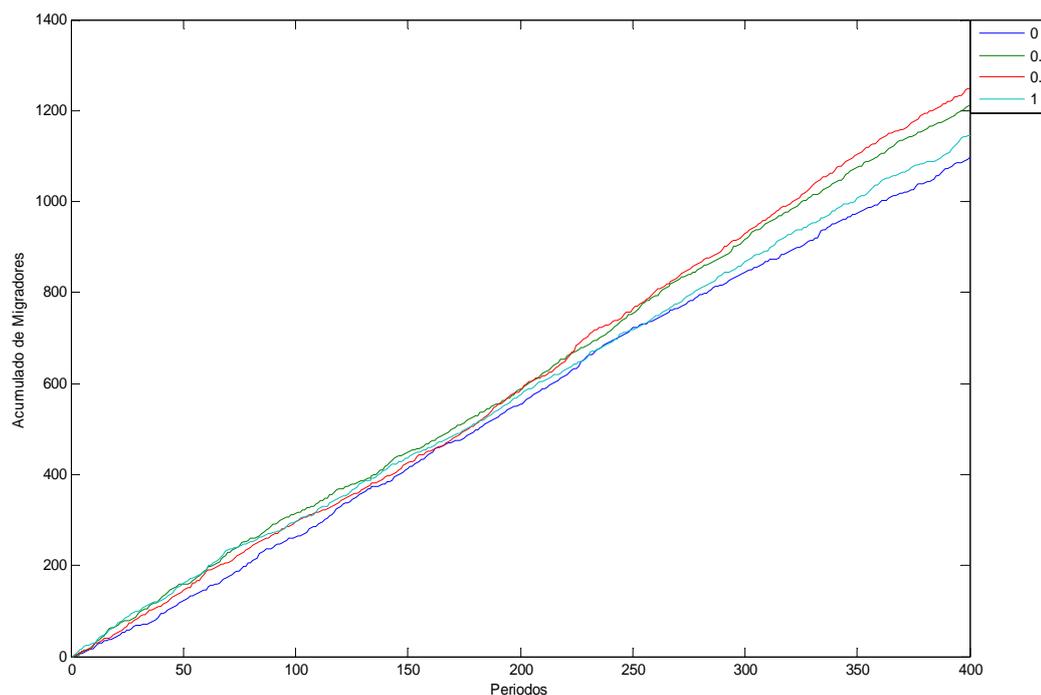


Observamos que los desvíos en general tienden a ser a mayores e inclusive se asemejan entre ellos. Si bien hay una reducción del desvío durante los primeros periodos, con una topología circular nos alejamos más de la igualdad perfecta de consumos medios. Esto podría ser el resultado de que si bien los costos de transporte son iguales entre todos los casos, al restringir la cantidad de conexiones de los nodos a 2 imponemos un costo al reducir las posibilidades.

Al analizar cómo los agentes se mueven (gráfico 9), encontramos que nunca se llega a un estado estacionario como en el modelo exógeno (ni hay señales de que se estabilizará). Por lo tanto vemos que si bien no se llega a un estado estacionario a nivel micro, no podemos descartar la existencia de equilibrio a nivel macro. Dado que los desvíos se reducen y fluctúan entre bandas acotadas podemos decir que el sistema llega a un equilibrio cíclico a nivel macro.

Cuando la topología es circular, la forma en que ésta se desenvuelve es similar a la observada anteriormente. Sin embargo, los movimientos son menores en relación al caso donde todas las firmas conectadas. La cantidad de movimientos acumulados después de 400 períodos, es mayor a mil para el caso de costo cero y no llega a los 750 cuando la geografía es circular.

Gráfico 9 - Evolución del Acumulado de Mudanzas



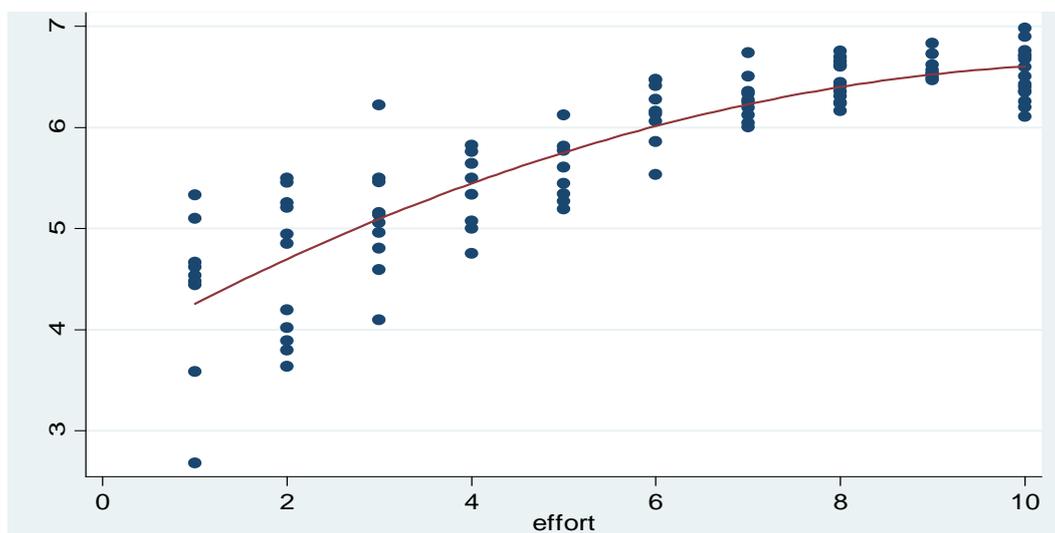
Es interesante analizar las interacciones a nivel micro. Dado la inexistencia de un equilibrio estacionario, no tiene sentido analizar un sólo período en el tiempo, por lo tanto, calculamos la media del consumo para cada agente durante el equilibrio no estacionario (los períodos en que el sistema fluctúa alrededor de una media). Hay una clara correlación positiva (gráfico 10) donde la relación es claramente cuadrática y significativa estadísticamente al 1% (tabla 3) con retornos decrecientes.

Al variar la topología al caso circular obtenemos una distribución de consumos y esfuerzos en donde la correlación es más fuerte. Lo mismo sucede introduciendo costos de transporte.

Tabla 3 – Regresión MCO del Esfuerzo en el Consumo Promedio en Equilibrio

Conexion:	Todos	Cicular
Esfuerzo	0.511 [0.085]***	0.809 [0.104]***
Esfuerzo ²	-0.023 [0.006]***	-0.028 [0.009]***
R ²	0.76	0.83
Obs	100	100

Gráfico 10 – Relación Esfuerzo-Consumo Promedio en Equilibrio



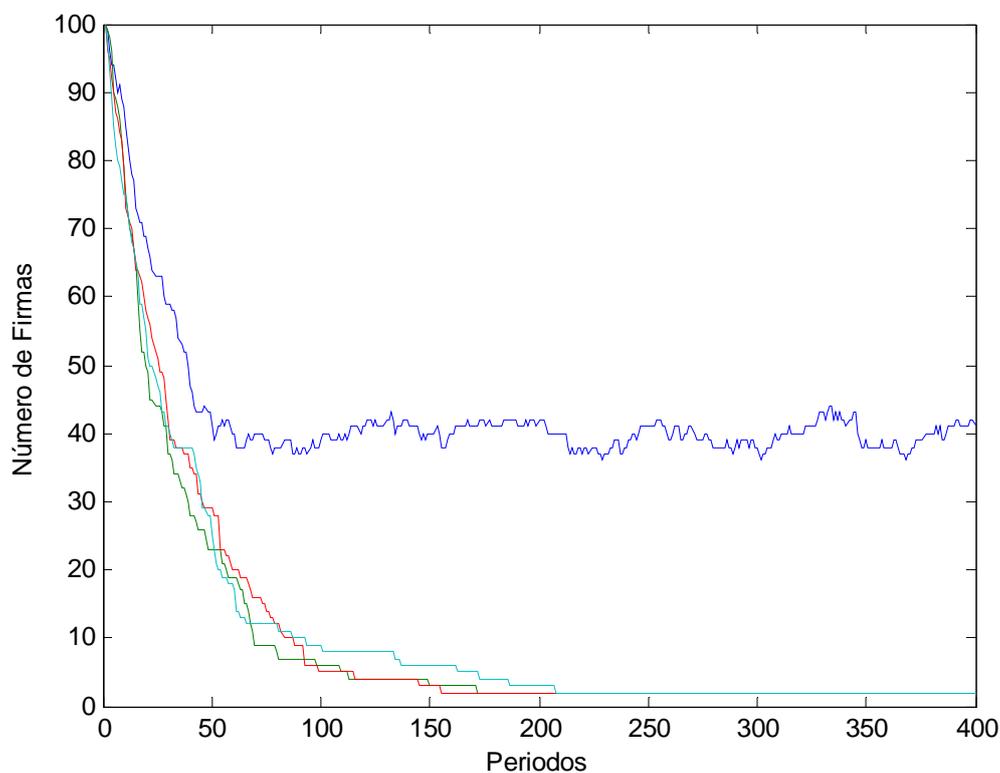
Estos resultados se pueden interpretar de la siguiente manera: cuando todas las firmas están conectadas entre sí, los agentes menos productivos siguen a los más productivos, hecho que es representado en la cantidad acumulada de agentes que migran. Y cuando el costo es cero, los productivos intentan evitar a éstos moviéndose a otras firmas. Cuando el costo es máximo sucede que los productivos deciden irse a otra firma, pero el costo que pagan es tan alto que finalmente sus consumos (por lo menos en el período de mudanza) no difieran tanto del resto.

Cuando la geografía es circular, la persecución de los no productivos tras los productivos no es tan directa, pues los agentes al momento de evaluar su decisión de trasladarse, sólo ven las dos firmas conectadas a su alrededor. Por lo tanto, es más fácil para los productivos diferenciarse de los no productivos (esto también está avalado por la notable menor cantidad de movimientos acumulados después de la misma cantidad de períodos analizados).

Dinámicas de las Firmas

Analizamos lo que sucede a nivel micro en cuanto a la interacción entre agentes. Existen resultados muy interesantes observando la dinámica de las firmas. Considerando a una firma “viva” como aquel que tiene al menos un agente, el gráfico 11 muestra la evolución del número de firmas. Cuando no existen costos de transporte el número de firmas fluctúa alrededor de los 40. Al introducir costos de transportes el sistema se ordena de forma tal que solo existen 2 firmas que se expanden y contraen entre sí.

Gráfico 11 – Evolución del Número de Firmas

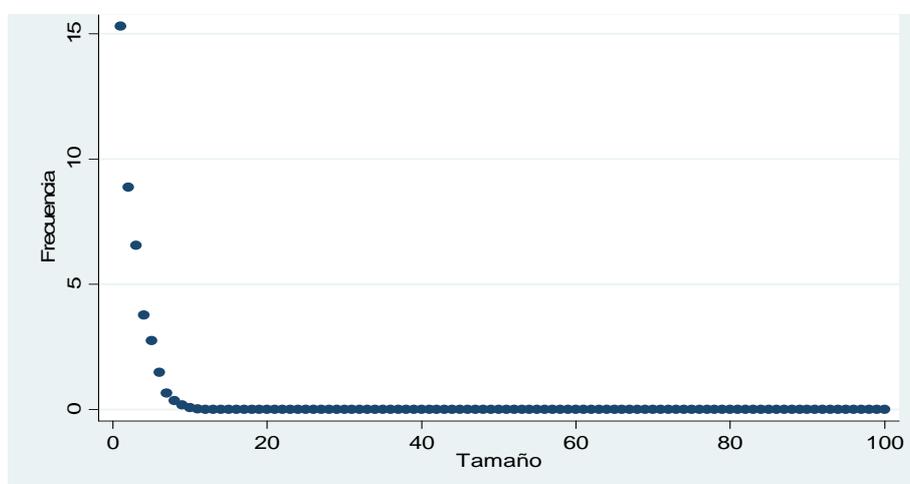


En el caso opuesto de conexión circular no se polariza cuando hay costos y varían entorno de las 40 firmas, mientras que con costo cero existen más firmas cuyo número varía cerca de 60. El resultado de que existen más firmas cuando los costos de transporte son nulos se mantiene bajo todas las topologías. El promedio de vida de una firma en el contexto sin costos es de 60.63 períodos (65 en el caso circular).

Otro aspecto que deseamos analizar con la modificación del modelo original es la distribución del tamaño de las firmas y su correlato con el modelo de Axtell. Dado que el equilibrio es no estacionario, obtenemos la distribución media de las firmas en equilibrio.

La distribución del tamaño de las firmas aparenta seguir la ley de potencia. En el gráfico 13 presentamos la transformación log-log del tamaño y frecuencia de distribuciones medias de firmas en equilibrio.

Gráfico 12 – Distribución Media de Firmas en Equilibrio



La distribución de tamaños de firmas que obtenemos en nuestro modelo simple se aproxima a una ley de potencias. Es importante recalcar que utilizando un modelo infinitamente más simple que el de Axtell logramos aproximarnos a un resultado tan importante. En el caso de conexiones circulares entre firmas la aproximación es más cercana (gráfico 14 y 15).

Gráfico 13 – Ley de Potencia en Distribución Medio de Firmas en Equilibrio

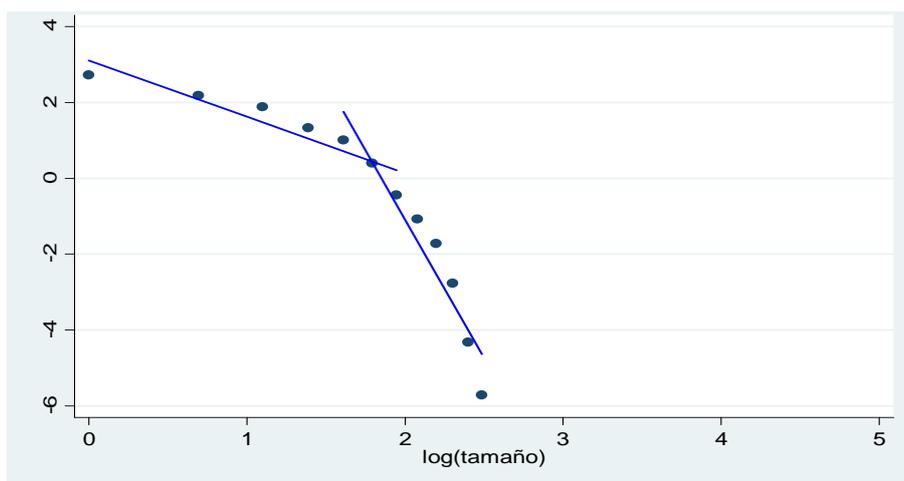


Gráfico 14 - Distribución Media de Firmas en Equilibrio

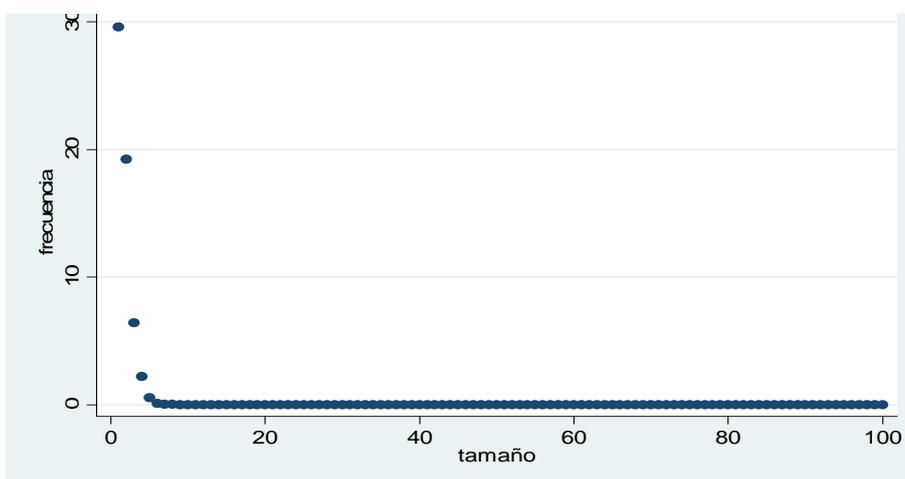
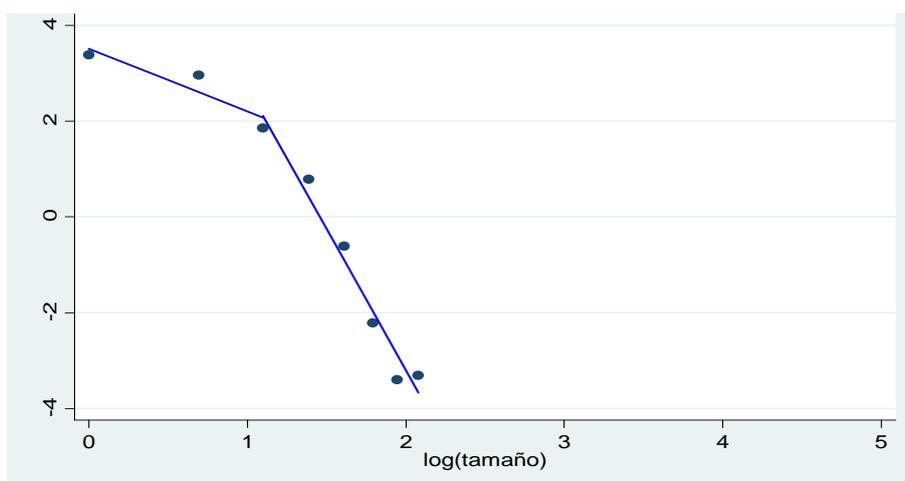


Gráfico 15 - Ley de Potencia en Distribución Medio de Firmas en Equilibrio



Replicamos el modelo usando retornos crecientes a escala. En este caso, los agentes se agrupan en una sola firma siempre por la que es imposible obtener

una ley de potencia. Este resultado es sumamente importante ya que logramos identificar una característica central detrás del modelo de Axtell que posiblemente sea la que le garantiza una ley de potencia en la distribución de tamaños de firmas. En nuestro modelo los agentes tienen un esfuerzo predeterminado y fijo en el tiempo. En contraposición, Axtell tiene agentes con diferentes preferencias sobre el ocio y consumo quienes maximizan una función de utilidad para determinar el esfuerzo óptimo.

Entonces, si entran más agentes a una firma, todos los integrantes de la misma obtienen un nuevo nivel de esfuerzo óptimo (decreciente en el número de individuos). Al entrar más gente con mayores preferencias por el ocio que no aportan a la producción, se genera un efecto de “free rider” el cual lleva a la disolución de la firma con la salida de los más productivos.

En el caso de retornos constantes en producción, existe un efecto débil de “free rider” que se aproxima al comportamiento del modelo de Axtell. Pero al utilizar funciones de producción con retornos crecientes, el efecto producción domina estrictamente al efecto “free rider” y así obtenemos una sola firma.

4. Modelo con Producción Mixto

A continuación presentamos una combinación de los dos modelos anteriores. Se observan comportamientos mixtos en donde es difícil observar una clara predominancia del efecto de un modelo sobre otro. La variable costo de traslado, sigue cumpliendo un rol sumamente importante y observamos dominancia de efectos diferentes según ellos. En la distribución de firmas encontramos una clara predominancia del modelo exógeno.

4.1 Setup

Al modelo endógeno le agregamos el exógeno: cada nodo tiene una función de producción y cuenta con un recurso dado que permanece constante en el tiempo. Los agentes tienen un nivel de “esfuerzo” constante en el tiempo

(igual que en el caso endógeno). La función de producción de un nodo ahora toma la siguiente forma:

$$F_{j,t} = aE_{j,t} + bE_{j,t}^c + R_j$$

Por la cual el agente ahora debe evaluar:

$$\max_{j,-j} \left\{ \frac{F_{j,t-1}}{n_{j,t-1}}; \frac{a(E_{-j,t-1} + e_i) + b(E_{-j,t-1} + e_i)^c + R_j}{(n_{-j,t-1} + 1)} - C_{j,-j} \right\}$$

El juego transcurre de la misma manera y los pagos se computan igual que en el caso anterior. Los parámetros usados son idénticos a los de los casos anteriores.

4.2 Resultados

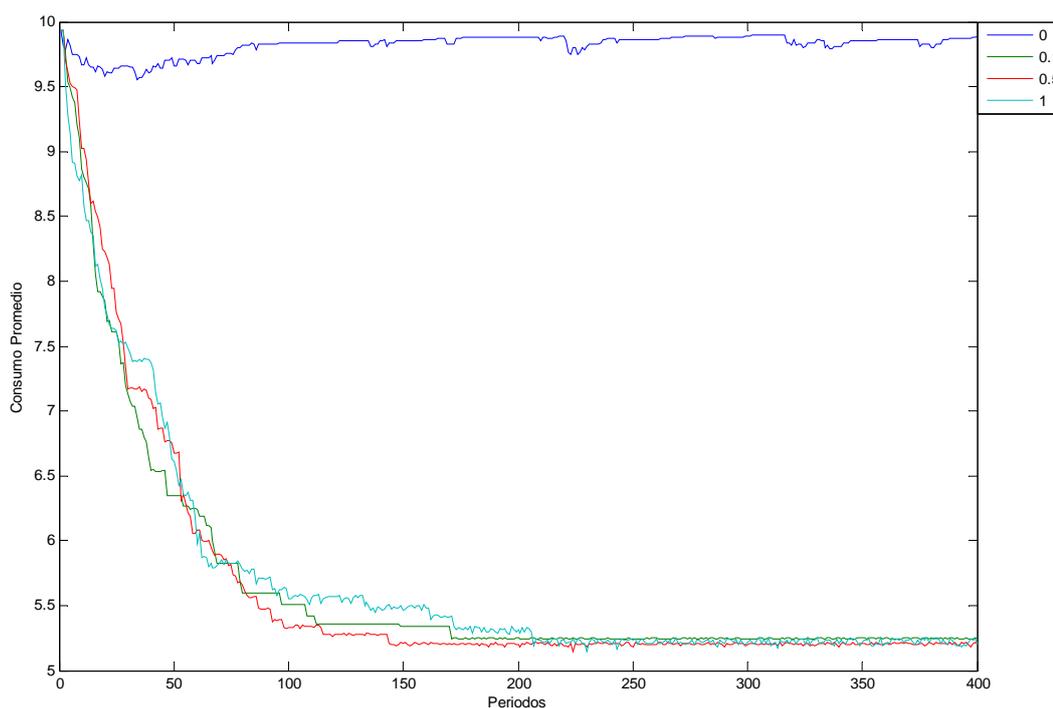
La combinación de ambas características resulta en una combinación de efectos muy peculiares en donde no hay una clara dominancia del efecto del modelo exógeno o endógeno. El consumo promedio evoluciona de formas muy diferentes según costo de transporte (gráfico 16) pero en todos los casos se estabiliza. Cuando el costo es cero, el consumo promedio inicialmente disminuye como en el caso exógeno, pero el sistema se auto-organiza de forma tal que aumenta y fluctúa alrededor del equilibrio del caso endógeno. Pero con un costo positivo el sistema tiende al equilibrio obtenido en el caso exógeno. El nivel disminuye pero no queda estacionaria, fluctúa en ese nivel más bajo.

De la misma manera podemos sacar conclusiones similares observando la evolución de los desvíos del consumo presentados en el gráfico 17. A diferencia del caso exógeno, cero costo de transporte ya no resulta en el mínimo desvío de los consumos. Si bien inicialmente cae a una tasa mayor, se estabiliza y fluctúa a niveles significativamente mayores que en el caso de costos de transporte positivos (donde se reduce aún más la varianza entre

consumos). Para acercarnos a la igualación de los consumos medios usando esta especificación es necesario tener un costo positivo.

En el caso de conexión circular entre firmas, obtenemos una evolución del consumo promedio similar. El nivel en que se estabilizan los consumos con costos positivos es en un nivel mayor que en el caso de todos conectados entre sí.

Gráfico 16 – Evolución del Consumo Promedio



Cuando observamos el consumo medio y el desvío, el efecto del modelo endógeno parece dominar en el caso de costo nulo de transporte. Pero, al observar el acumulado de agentes que se mudaron surge una contradicción en cuanto a los efectos de la combinación de ambos modelos: ahora el sistema tiende a un estado estacionario bajo cero costo, por lo que se asemejaría más al modelo exógeno.

Gráfico 17 – Evolución del Desvío Estándar del Consumo

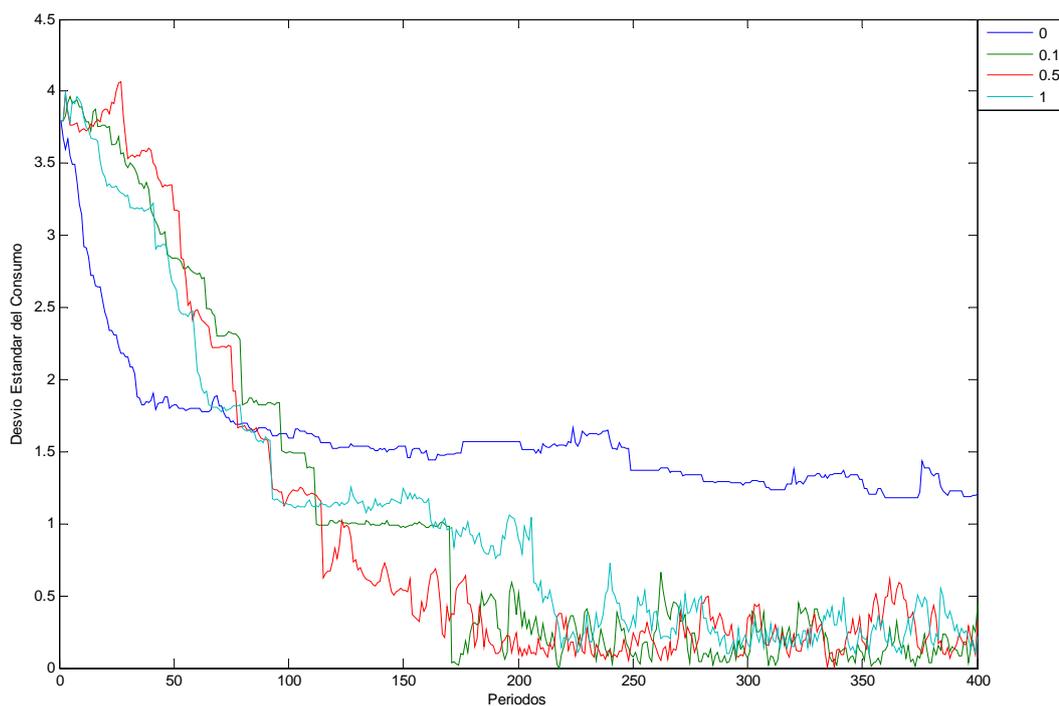
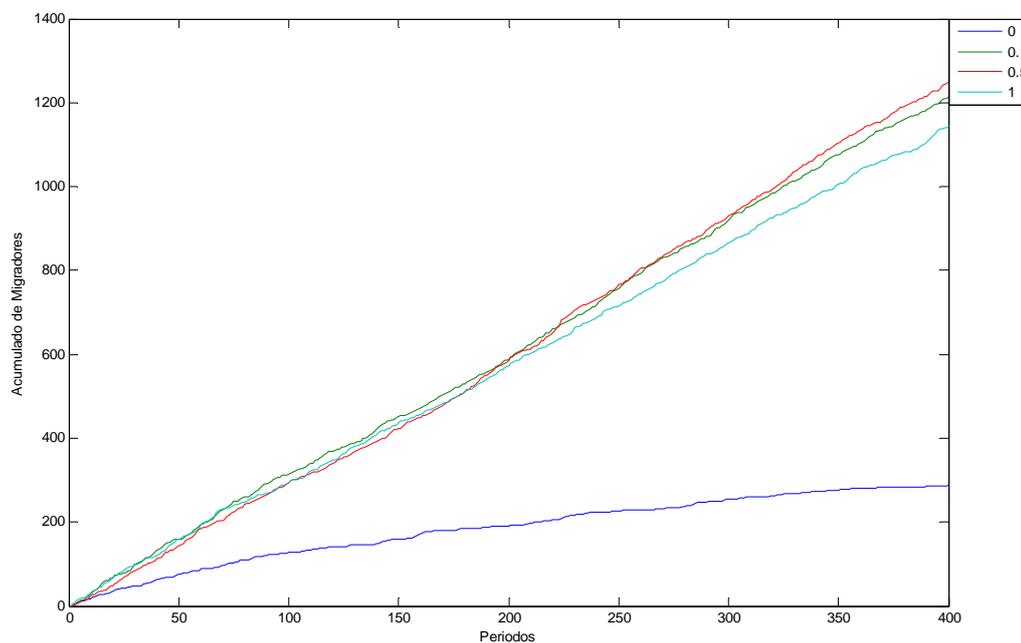


Gráfico 18 – Evolución del Acumulado de Mudanzas



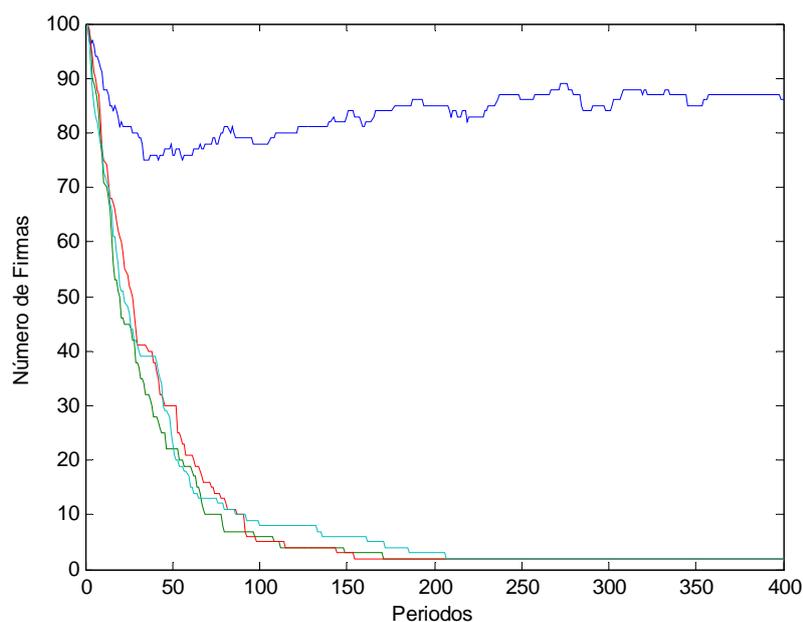
A nivel de agentes observamos que la combinación de ambos modelos debilita la correlación que obtuvimos anteriormente entre esfuerzo y consumo promedio en equilibrio. El coeficiente se reduce a 0.234 y es estadísticamente significativa al 12,8% por la cual al introducir recursos exógenos, la

relevancia del nivel de esfuerzo del agente disminuye, pero sigue siendo relevante (aunque el caso circular arroja resultados similares a los obtenidos anteriormente). No podemos determinar qué efecto domina en esta dimensión. Por un lado, el efecto de endógeno todavía existe y es relevante en la relación consumo-esfuerzo, pero el efecto exógeno lo disminuye.

Dinámicas de Firmas

El número de firmas se polariza al igual que en el caso endógeno: sin costo de transporte existen muchas firmas, mientras que con un costo positivo se agrupan en 2 que se expanden y contraen en el tiempo. Pero, con costo cero existen más firmas que en el caso endógeno (gráfico 19). Por otro lado el promedio de vida de las firmas ahora es la mitad que en el caso anterior: viven en promedio 31 períodos. La introducción de recursos exógenos puede acelerar el efecto “free rider” haciendo que los más productivos sean más sensibles a la entrada de otros agentes a la firma. Se reducen los incentivos de juntarse en una misma firma. Al introducir topología circular observamos un comportamiento similar al del caso endógeno.

Gráfico 19 – Evolución del Número de Firmas



Por otro lado, con cero costo de transporte obtenemos una aproximación más débil a la ley de potencia en la distribución de tamaños de firmas debido principalmente al efecto de aminoración introducido con el modelo exógeno (gráfico 20 y 21). La cola inferior de la distribución es más pesada que en el modelo endógeno y existen pocas firmas de tamaño mayor.

Gráfico 20 – Distribución Media de Firmas en Equilibrio

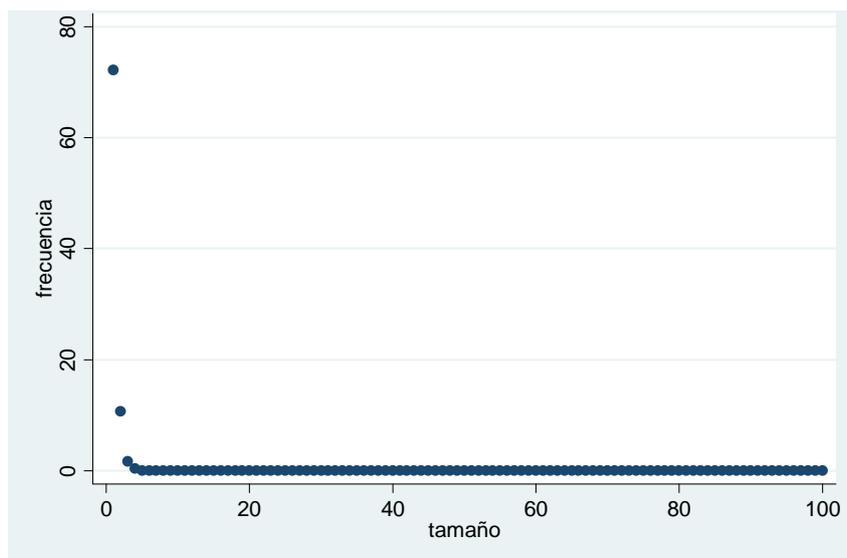
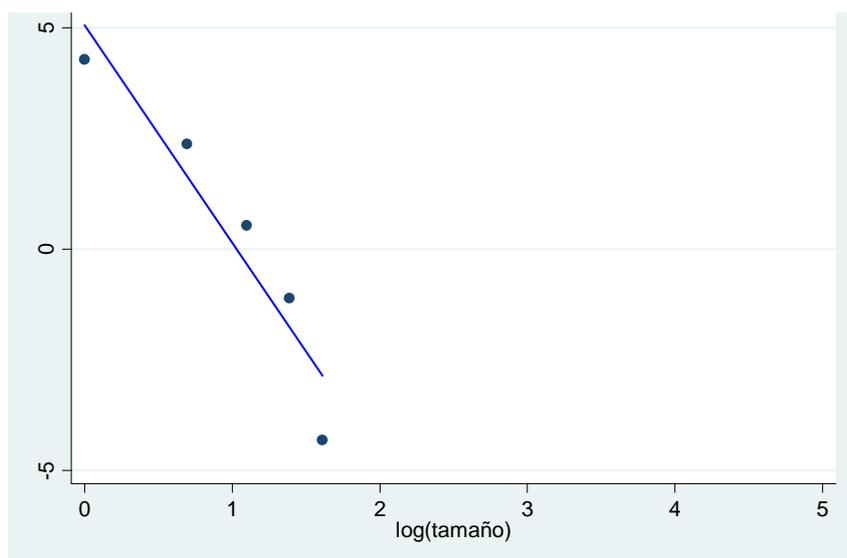


Gráfico 21 – Ley de Potencia en Distribución Medio de Firmas en Equilibrio



Introduciendo recursos exógenos a cada firma logramos un efecto un poco más fuerte que el de “free rider”: aversión a compartir la firma con otros

agentes. Este es un efecto que define el comportamiento de los agentes en el modelo exógeno. Queda para futuro análisis encontrar un mix óptimo de ambos modelos talque alcancemos un comportamiento más aproximado al de “free rider” de Axtell y así obtener una distribución de tamaño de firmas que siga la ley de potencia.

5. Conclusiones

Sabemos que por razones evolutivas la naturaleza se comporta óptimamente. Con un modelo muy simple logramos reproducir un hecho observado en muchas dimensiones: la igualación del producto medio (consumo medio). Nuestros resultados no llegan a una igualación perfecta por el simple hecho que decidimos utilizar valores discretos para facilitar la exposición. La introducción de costos de transporte aumenta la dispersión de los consumos. Estos resultados se mantuvieron al volver más complejo el modelo introduciendo producción endógena y mixta. En estos modelos logramos una aproximación simplificada del modelo de Axtell y logramos identificar que el mecanismo de maximización que hace cada individuo para obtener el esfuerzo óptimo (y por ende genera el problema del “free rider”) en su modelo es el pilar central en obtener una distribución del tamaño de las firmas que siga la ley de potencia.

El modelo mixto abre la posibilidad a encontrar una combinación óptima entre los efectos de producción endógena y exógena tal que se pueda recrear un comportamiento de agentes que se aproxime al de “free rider” y así aproximarse mejor a obtener una distribución del tamaño de firmas que sigue la ley de potencia. Esta posibilidad queda abierta para futura exploración.

Referencias

- [1] Axtell, R. L. (1999): "The Emergence of Firms in a Population of Agents: Local Increasing Returns, Unstable Nash Equilibria, And Power Law Size Distribution" *Center on Social and Economic Dynamics, Working Paper No.3*
- [2] Axtell, R. L. (2001): "Zipf Distribution of U.S. Firm Sizes" *Science*, 293:1818-1820
- [3] Hodges, C.M. y Wolf, L.L. (1981): "Optimal foraging in Bumblebees: Why is Nectar Left Behind in Flowers?" *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 9:41-44
- [4] Kahneman, D., Wakker, P.P y Sarin, R. (1997): "Back to Bentham? Explorations of Experienced Utility" *The Quarterly Journal of Economics*, 112(2):375-405
- [5] Morgan, P.B y Tustin, D (1992): "The Perception and Efficiency of Labor Supply Choices by Pigeons" *The Economic Journal*, 102:1134-1148

El código de la programación se puede bajar en:

<http://nicolasbottan.googlepages.com/colmenafirma>