

**AVALANCHAS DE DEFAULT EN UN CONTEXTO DE
RELACIONES DE CREDITO COMERCIAL**

por

ARIEL DVOSKIN
GERMAN FELDMAN

Noviembre 2006
Universidad de San Andrés

1. Introducción

Uno de los temas que ha despertado mayor interés en la literatura especializada sobre macroeconomía es el estudio de las crisis sistémicas, en particular, aquellas que sufren los mercados financieros. Ya autores de la talla de Marx (1973) plantean que las crisis que experimenta el sistema capitalista no son exógenas al mismo sino que, por el contrario, resultan inherentes a su propio funcionamiento.

De la misma forma, Minsky (1975) define la fragilidad financiera como la propensión de una economía a sufrir interrupciones que no se deben a “accidentes” de política económica. Una vez que las empresas sufren de fragilidad financiera se da lugar al comportamiento “incoherente” que caracteriza a una crisis. Según el autor, las mismas se inician cuando algunas unidades económicas no pueden refinanciar su posición a través de los canales normales. Ello las obliga a recurrir a instrumentos no convencionales para obtener liquidez, engendrándose de esta forma la “semilla” de la crisis. Minsky resalta que uno de los determinantes de la robustez/fragilidad del sistema financiero es el tipo de financiamiento al que recurren las firmas: “Hedge”, “Speculative” o “Ponzi”. Dentro de la primera categoría se incluye a aquellas firmas que para todos los períodos relevantes presentan ingresos netos de caja esperados superiores a los compromisos financieros asumidos. Es el caso de empresas que financian sus inversiones con fondos propios y en menor medida con deudas de largo plazo. El financiamiento de tipo *especulativo* ocurre si para algunos períodos, típicamente en el corto plazo, los pagos por servicios de la deuda superan a los servicios esperados. Así, la necesidad de contratar pasivos será una característica de las firmas que recurren a este tipo de financiamiento. Por último, las firmas *Ponzi* son aquellas cuyos ingresos de caja resultan inferiores no sólo al principal de la deuda sino también a sus intereses.

Asimismo, otro de los determinantes de la fragilidad sistémica es el stock de liquidez que poseen las firmas. En otras palabras, cuanto menor sea la posibilidad de recurrir a activos líquidos para ser utilizados caso de contingencias, mayor será la posibilidad de que la firma tenga problemas en afrontar sus deudas y de que se inicie una reacción en cadena.

En el modelo de Minsky, entonces, la crisis se inicia por un shock exógeno, la política del gobierno, que, ante la presencia de tensiones inflacionarias, se ve obligado a subir la tasa de interés de mercado. De esta forma, la crisis tiene lugar cuando las firmas especulativas y Ponzi se ven forzadas a refinanciar una deuda a una tasa más elevada, viendo deteriorada su

posición de cartera. El hecho de que algunas firmas se vean obligadas a entrar en default afecta a sus acreedores, lo cual constituye el mecanismo de propagación de la crisis.

Ahora bien, no necesariamente debe recurrirse a shocks agregados para generar crisis sistémicas. En efecto, en el trabajo de Kiyotaki et. al. (1997) se analiza la forma en que se propagan los shocks a través de una red de firmas que prestan y toman prestado créditos entre sí. *En particular, el interés reside en investigar cómo pequeños shocks temporarios de liquidez que afectan a un número reducido de firmas pueden causar una reacción en cadena o “avalancha” en la que una cantidad significativa de empresas entran en dificultades financieras, generando de este modo una caída importante de la actividad económica agregada.*

Según Delli Gatti, et al. (2003), la combinación de heterogeneidades e interacciones locales va en contraposición con la metodología del “mainstream”, que reduce el análisis de los agregados a un único agente representativo, el cual es, por construcción, incapaz de dar cuenta de comportamientos de escala y de la ocurrencia de grandes fluctuaciones agregadas como consecuencia de pequeños shocks idiosincráticos. De esta forma, los autores postulan que la dinámica agregada resulta de la interacción de agentes heterogéneos: sistemas que consisten en un gran número de individuos interactuando entre sí generan leyes universales o de escala que no dependen de los detalles “microscópicos”. En este sentido, el equilibrio sistémico no requiere que todos sus elementos estén en equilibrio, sino que el agregado es “cuasi-estable”; ejemplo de ello es un estado de equilibrio macroeconómico mantenido por un gran número de transiciones en direcciones opuestas.

Puede considerarse que el tipo de crédito que más se condice con las relaciones descritas arriba, esto es, interdependencia financiera entre firmas y comportamiento local, es el *crédito comercial*. Al respecto, Boissay (2006), considera que, si bien la evidencia no es concluyente, es válido notar que el mayor ritmo de crecimiento del crédito comercial tuvo lugar poco antes de la Gran Depresión, lo cual da muestras de los nexos existentes entre las cadenas de crédito comercial y sus posibles consecuencias negativas a nivel macroeconómico. Con el objeto de cuantificar el contagio financiero entre firmas, el autor propone un modelo en el cual las empresas contraen y otorgan, al mismo tiempo, crédito comercial, el cual en consecuencia aparece en ambos lados de sus “hojas de balance”. La interacción local se obtiene a partir de que el crédito comercial no está bien diversificado a nivel de la firma. En efecto, dado que las empresas usualmente pertenecen a un área

geográfica o sector específico, las mismas resultan ser sensibles a los shocks idiosincráticos sufridos por sus clientes.

Por su parte, a la hora de buscar prerequisites para la existencia de crédito comercial, la literatura brinda varias respuestas, descritas en el trabajo de Petersen et al. (1997). Los autores destacan que los proveedores otorgan crédito a las firmas que no pueden endeudarse a través de los canales más tradicionales (sistema financiero) debido a que poseen una ventaja comparativa en obtener de forma más “barata” información sobre sus clientes, tienen mayor capacidad para liquidar sus bienes y poseen un mayor interés en la supervivencia de largo plazo de los mismos.

De esta forma, las teorías que explican el surgimiento del crédito comercial pueden clasificarse en dos grupos: las que mencionan las ventajas financieras y las vinculadas con teorías de los costos de transacción. En el primer caso, los proveedores aventajan a los prestamistas tradicionales a la hora de evaluar la “calidad crediticia” de una firma, así como también para monitorear y forzar el repago del crédito. Estas ventajas comparativas provienen por un lado, de las ventajas en la adquisición de información y, por otro, de las ventajas en el control del comprador; está en la naturaleza del bien producido el hecho de que solo existen unas pocas fuentes alternativas de provisión de insumos. Debido a ello, el proveedor puede amenazar con cortar la futura provisión de insumos en caso de que el cliente lleve adelante acciones que reduzcan su capacidad de repago. Finalmente, los proveedores también disponen de una ventaja en el “valor residual o de salvataje” de los activos existentes: en caso de que el cliente se declare en default, el proveedor puede confiscar los bienes provistos con anterioridad.

Por su parte, las teorías de los costos de transacción justifican la existencia de crédito comercial en base a que mediante la oferta de éste tipo de crédito, otorgado selectivamente, tanto entre clientes como inter-temporalmente, la firma es capaz de manejar más eficientemente su posición de inventarios.

En base a lo descrito arriba, el objetivo del presente trabajo, inspirado en Bak et al. (1992) consiste en estudiar el impacto sobre una cadena de firmas vinculadas mediante crédito comercial ante la presenta de shocks de liquidez específicos. En este sentido, pretendemos documentar la manifestación de avalanchas de default de distinta magnitud y su frecuencia relativa. En particular, pretendemos verificar si la distribución de las avalanchas se comporta como una “Ley de Potencias”, esto es, que avalanchas de gran magnitud (i.e. que

afectan a todo el sistema) poseen una probabilidad de ocurrencia muy baja en tanto que avalanchas pequeñas ocurren con alta frecuencia.

El trabajo se organiza de la siguiente manera: luego de una breve introducción al problema en estudio, en la sección segunda se describe el modelo básico y en la tercera se presentan los principales resultados obtenidos a partir de simulaciones. En la cuarta etapa se incorporan algunas modificaciones a los primitivos del modelo (tanto parámetros como estructura de las relaciones locales) con el fin de evaluar la robustez de los resultados obtenidos. Finalmente, se enumeran las conclusiones alcanzadas y posibles extensiones para futuros trabajos.

- La cuadrícula toma la forma de un “**Cilindro**”, es decir, las firmas de la primera columna están relacionadas con las de la columna L (i.e. la firma $(2,1)$ tiene como demandantes a las empresas $(1,1)$ y $(1,L)$).
- Se asume que en cada período las unidades de la fila 1 reciben shocks de liquidez de manera aleatoria.
- Cada vez que una empresa recibe una notificación de que uno de sus clientes se ve imposibilitado de cumplir con sus obligaciones, se ve forzada a entrar en default en caso de que su liquidez disponible no alcance para cubrir dicha pérdida.
- Se supone que cada vez que la empresa (i,j) defaultea, lo hace a todos su acreedores.
- A su vez, existen no convexidades en la tecnología de contratos que generan que la empresa que entra en default, lo haga por un monto fijo ($y_{ij}=2$) independientemente de cuántas firmas hayan incumplido con ella.
- Como muestra la figura 1, cuando la firma (i,j) entra en default, perjudica a cada una de las empresas proveedoras, $(i-1;j-1)$ y $(i-1;j)$.
- En el caso de la fila L, se asume que la misma tiene disponibilidad ilimitada de recursos para afrontar sus compromisos ya que el Banco Central decide intervenir a través de asistencia de liquidez para acortar la avalancha¹.
- Siguiendo a Kiyotaky y Moore se supone que los Entrepreneurs se ven forzados a ofrecer crédito a sus clientes, ya que de lo contrario estarían imposibilitados de competir con otros proveedores. De esta forma, una empresa solo tiene reservas suficientes como para hacer frente a una única notificación de default de sus clientes.
- En otras palabras, una firma incurre en default siempre que sus reservas sean menores que el valor de los pasivos que vencen en el período, los cuales se igualan a los créditos otorgados a los clientes.

Estado Inicial y Dinámica del Sistema

- En el estado inicial de la economía al inicio del período t , cada empresa empieza con un valor de reservas equivalentes al resultado del período anterior. Este es el patrimonio neto de la firma, que notaremos X_{ij} , y podrá tomar valores de cero o uno. Es decir, se asume que una empresa no puede tener un resultado negativo durante el ejercicio.

¹ Otra forma de racionalizar este fenómeno es asumir que las firmas de fila L, dado que son las de mayor tamaño, disponen de acceso irrestricto al mercado de crédito tradicional.

- Los cambios en el patrimonio neto entre t y $t+1$ se deben a la parte de la activos de una empresa que no se realizan (i.e. la deuda comercial de los clientes que entró en default) $s_{ij}(t)$, y al valor de su propio default, $y_{ij}(t)$.
- Lo anterior implica que parte del default sufrido se cubre con pérdidas propias (una caída de x_{ij}) y parte con un default propio a los proveedores respectivos (y_{ij}).²
- De esta forma, la ley de movimiento del patrimonio neto es la siguiente:

$$\underbrace{x_{ij}(t+1)}_{\text{Patrimonio Neto en } t+1} = \underbrace{x_{ij}(t)}_{\text{Patrimonio Neto en } t} + \underbrace{y_{ij}(t)}_{\text{Deuda en Default en } t} - \underbrace{s_{ij}(t)}_{\text{Activos en Default en } t} \quad (1)$$

- En otras palabras, la empresa ij tendrá como patrimonio neto ajustado³ por default en $t+1$ la suma de su Patrimonio neto ajustado en t y de su propio default en t , deducidos las ventas que realizare en el mismo período.
- De este modo, puede verse que, dados un shock de activos en default, s_{ij} , y una configuración inicial de los resultados, x_{ij} , la empresa debe decidir qué parte del default es absorbida mediante default propio, y_{ij} . Como residuo se obtiene el patrimonio neto del período siguiente, $x_{ij}(t+1)$.
- Asimismo, lo anterior implica que el monto de default de cada empresa (i,j) también resulta ser función de su resultado inicial y los defaults de sus clientes:

$$y_{ij}(t) = y(x_{ij}(t), s_{ij}(t)) \quad (2)$$

- Notemos que $x_{ij} = \{0,1\}$ pues tener una mayor cantidad de reservas voluntarias es sumamente costoso para la empresa.
- De la misma manera, se asume que el default de los activos que reciben las empresas se expresan en la forma de shocks cuyo rango de variación es $s_{ij}(t) = \{0,1,2\}$.
- Por lo tanto, dado que cada empresa tiene un valor de reservas igual a 0 o 1, y recibe defaults por montos iguales a 0, 1 o 2, su rango de default propio será el conjunto $y_{ij} = \{0,1,2\}$ y terminará con un valor de reservas $x_{ij}(t+1) = \{0,1\}$.

² Se asume que una empresa no puede defaultear persistentemente su deuda para obtener resultados positivos ya que por cuestiones reputacionales quedaría excluida del crédito comercial a futuro.

³ El término “ajustado” hace referencia al hecho de que consideramos aquella parte del patrimonio de cada empresa que se ve afectado por compromisos impagos.

- Asimismo, dado que cada firma (i,j) , proveedora solamente de dos clientes, puede recibir incumplimientos por valores de 0, 1 o 2, para toda unidad $i>1$, los compromisos impagos propios serán:

$$s_{ij}(t) = \frac{1}{2}(y_{i-1,j-1}(t) + y_{i-1,j}(t)) \quad (3)$$

- En otras palabras, cada vez que las unidades $(i-1,j-1)$ y $(i-1,j)$, inmediatamente arriba de (i,j) , deben defaultear (i.e. no tienen las reservas suficientes para hacer frente a sus obligaciones), fuerzan a que (ij) disminuya el valor de sus activos, s_{ij} .
- El default es distribuido por igual a ambas empresas proveedoras por un monto equivalente a la mitad de la deuda (i.e. cuando (i,j) entra en default, se obtiene que $y_{ij}=2$, $s_{i+1,j}=1$ y $s_{i+1,j+1}=1$).
- Notemos que dado que las empresas “aguas abajo”⁴ incumplen pagos por un valor igual a 2 o no lo hacen en absoluto, el valor de sus activos defaulteados resulta ser:

$$s_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } (y_{i-1,j-1}(t) \wedge y_{i-1,j}(t) = 0) \\ 1 & \text{si } (y_{i-1,j-1}(t) = 2 \wedge y_{i-1,j}(t) = 0) \vee (y_{i-1,j-1}(t) = 0 \wedge y_{i-1,j}(t) = 2) \\ 2 & \text{si } (y_{i-1,j-1}(t) = 2 \wedge y_{i-1,j}(t) = 2) \end{cases}$$

- La configuración anterior nos permite entender cómo es la dinámica del sistema:
 1. Cada fila productora de bienes finales (fila $i=1$) recibe una aviso aleatorio de default (de los consumidores finales) que varía en el rango discreto $[0;1]$, lo cual inicia una reacción en cadena dependiendo de la configuración de reservas inicial de cada empresa, $x_{ij}(t)$.
 2. Si la empresa que recibe el default puede cumplir con sus deudas recurriendo a sus reservas, no defaultea “aguas arriba” y la secuencia termina.
 3. Si, por el contrario, la empresa recibe incumplimientos tales que no puede suplirlos con sus reservas iniciales, deberá defaultear ella misma, por lo que, a su vez, genera una pérdida en los activos de cada una de las dos empresas con las que tiene relación “aguas arriba” ($i=2$).

⁴ Con el término “aguas abajo” hacemos referencia al lugar que ocupan las firmas más cercanas a los proveedores de bienes finales.

4. Si las empresas de la fila 2 poseen las reservas suficientes como para hacer frente a sus propios pasivos, el proceso se detiene. Si, por el contrario, deben defaultear para absorber sus pérdidas la cadena continúa.
 5. El proceso se repite hasta que se llega a la fila L, que por construcción siempre puede cumplir con sus obligaciones.
- Esta reacción en cadena recibe el nombre de **AVALANCHA**. El tamaño de la misma se mide por el volumen de deuda impaga por la totalidad de las firmas.
 - En particular, interesan los siguientes agregados:

$$N(t) = \sum_{j=1}^L S_{1j}(t) \quad (a)$$

$$Y(t) = \sum_{i,j=1}^L y_{ij}(t) \quad (b)$$

donde la expresión (a) define el monto total de defaults recibidos por parte de las empresas productoras de bienes finales en el período t y la expresión (b) muestra el monto total de defaults efectuados por la totalidad de las empresas de la cuadrícula considerada.

- El objetivo es analizar si pueden ocurrir cambios significativos en el nivel de (b) sin que existan modificaciones importantes en las cantidades (a).
- Se asume que los shocks a los productores de bienes de demanda final $s_{i,j}$ son independientes y toman el valor cero con probabilidad P y el valor 1 con probabilidad $(1-P)$.
- En particular, se estudian casos donde el número de shocks es arbitrariamente grande, o lo que es lo mismo, el número de empresas tiende a infinito, y P varía con el tamaño de la economía, según la **Ley de Potencias**:

$$L^{-\gamma} \text{ con } \frac{2}{3} < \gamma < 1 \quad (4)$$

- La media de incumplimientos recibidos por las empresas productoras de bienes finales resulta ser entonces,

$$\mu(N(t)) = P(L)L = L^{1-\gamma} \quad (5)$$

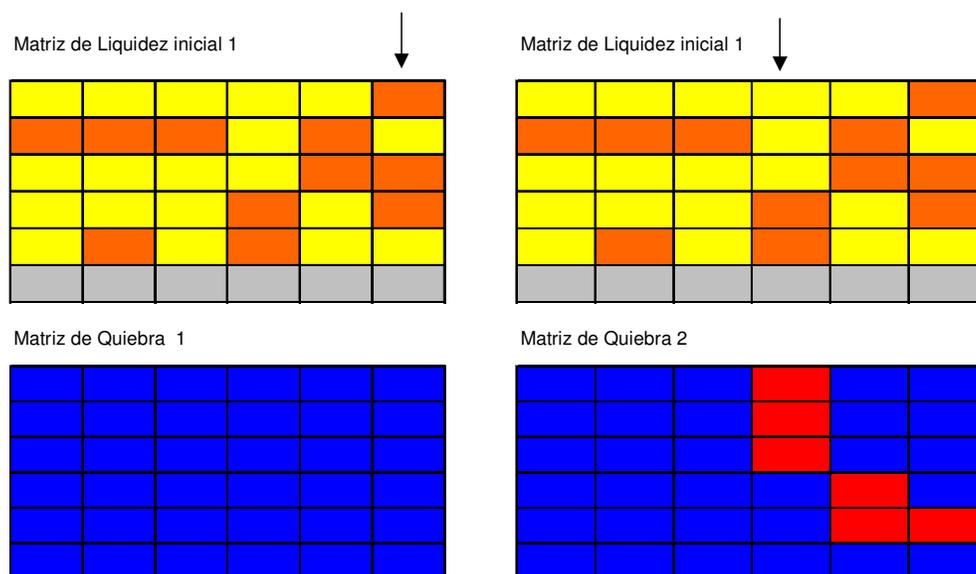
- De esta forma, la variable aleatoria $\tilde{N}(t) = N(t)/L^{1-\gamma}$, tiene una media que no varía con L, y su distribución, cuando L es arbitrariamente grande, converge a una constante, lo cual implica que **en el límite no hay variabilidad agregada en los shocks negativos que afectan la cobrabilidad de demanda final.**
- En relación a la variabilidad agregada del monto de pasivos que se defaultean, puede demostrarse que la media de Y(t) es:

$$\mu(Y(t)) = L^{3(1-\gamma)} \quad (6)$$

- De esta forma, la variable aleatoria $\tilde{Y}(t) = \frac{Y(t)}{L^{3(1-\gamma)}}$, posee una media que no varía con L, y su distribución, cuando L tiende a infinito, converge en distribución pero no a una constante, implicando **que hay fluctuaciones agregadas en el volumen de deuda defaulteada también en el caso de que la economía sea arbitrariamente grande, aún sin que se verifiquen modificaciones en el shock agregado inicial.**

Análisis Espacial

Dada una configuración inicial de liquidez, los gráficos muestran el impacto diferencial que genera un shock negativo cuando el mismo afecta a distintas unidades minoristas.

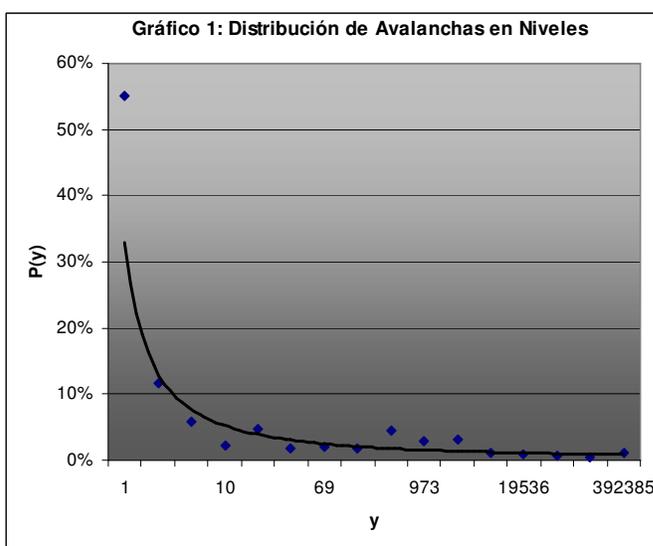




Como puede observarse en el esquema anterior, si el shock inicial ocurre sobre la firma representada por la celda (1,6), la cual dispone de liquidez, el mismo no se propaga hacia la red, por lo que ninguna firma debe entrar en default. A su vez, si como ocurre en el segundo caso las firmas afectadas por el shock no disponen de liquidez suficiente, las mismas se ven obligadas a entrar en default, propagando la crisis a eslabones anteriores de la cadena productiva. El tamaño de la avalancha, esto es, la magnitud de deuda en default, es cero en el primer caso y 12 en el segundo (i.e. cada firma que incumple sus compromisos (6) lo hace contra sus dos proveedores, por el mismo monto a cada uno de ellos).

3. Simulaciones

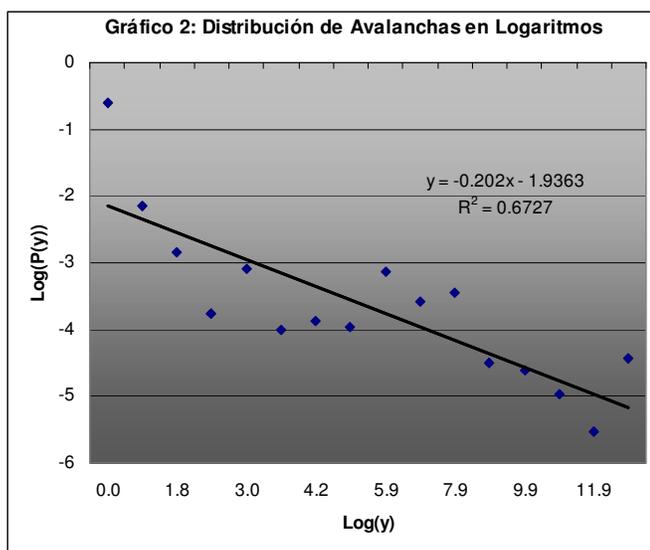
En esta sección presentamos los resultados obtenidos al realizar simulaciones numéricas en base al modelo descrito en la *Sección 2* del presente trabajo. El ejercicio consiste en tomar una matriz $\in R^{1500 \times 1500}$ y aplicar un pequeño shock de liquidez a una de las celdas de la fila 1 (equivalente a menos del 1% de las firmas que atienden a la demanda final⁵). Se repite el ejercicio en mil firmas distintas, computando el tamaño de la avalancha de default generado. Como se mencionó anteriormente, se espera que avalanchas muy grande tengan una baja frecuencia de realización.



Del gráfico de la izquierda se desprende que la relación entre la probabilidad de ocurrencia de una avalancha y el tamaño de la misma tiene una forma de L, la cual pasa a ser lineal al trabajar en una escala log-log. De esta forma, se obtiene una “ley de potencias” para la relación entre el logaritmo del tamaño de las avalanchas y el logaritmo de su frecuencia relativa. La pendiente de la curva log-log es

de $-0,20$ lo cual indica que cambios de un 1% por ciento en el tamaño de las avalanchas reducen en un 0,2% su probabilidad de ocurrencia.

La aparición de grandes avalanchas, y por lo tanto, de una crisis sistémica, conserva una probabilidad positiva.



⁵ Las firmas que satisfacen a la demanda final establecen relaciones de crédito comercial hacia abajo, pero proveen crédito de distinta naturaleza a sus clientes.

Tabla 1 muestra que para shocks de una unidad, en la mayor parte de los casos analizados las avalanchas resultan ser de una magnitud poco significativa en relación al tamaño de la red de crédito. En efecto, en el 92% de los shocks sufridos por el sistema, la magnitud del default fue menor a las mil unidades monetarias, lo cual indica que menos de 500 firmas (de un total de un millón), se vieron afectas por el “efecto derrame”. De la misma forma, avalanchas que afectan a una porción significativa del sistema ocurren muy rara vez: solo en el 8% de las ocasiones la avalancha inicial llega a afectar a más de mil firmas, y en un exiguo 2% se ve involucrado más del 10% del sistema. Es decir, la cadena de crédito posee una gran capacidad de absorción de shocks idiosincráticos. No obstante, la aparición de grandes avalanchas, y por lo tanto, de una crisis sistémica, conserva una probabilidad positiva.

Tabla 1

Distribución de Avalanchas					
Categoría	Avalancha Media (y)	Freq abs	Frec. Relativa (P(y))	Log(y)	Log (P(y))
1	1	551	55%	0	-0,596
2	4	116	12%	1,48	-2,154
3	6	58	6%	1,83	-2,847
4	10	23	2%	2,33	-3,772
5	20	46	5%	2,98	-3,079
6	46	18	2%	3,83	-4,017
7	69	21	2%	4,23	-3,863
8	132	19	2%	4,88	-3,963
9	358	44	4%	5,88	-3,124
10	973	28	3%	6,88	-3,576
11	2.644	32	3%	7,88	-3,442
12	7.187	11	1%	8,88	-4,510
13	19.536	10	1%	9,88	-4,605
14	53.104	7	1%	10,88	-4,962
15	144.351	4	0%	11,88	-5,521
16	392.385	12	1%	12,88	-4,423

4. Robustez de los resultados obtenidos

En una segunda etapa se procedió a analizar la robustez de los resultados teniendo en cuenta cuatro planos de análisis:

- Sensibilidad de la distribución de las avalanchas de default ante cambios en la configuración inicial de liquidez del sistema.
- Sensibilidad de la distribución ante cambios en la magnitud del shock inicial.
- Cambios en el tamaño de la cadena de créditos (es decir, en las dimensiones de la matriz).
- Cambio en las relaciones de crédito entre las firmas (i.e. en el número de proveedores de cada firma)

a) Sensibilidad de la distribución de las avalanchas de default ante cambios en la configuración inicial de liquidez y magnitud del shock.

El sistema fue sometido a shocks de distintos tamaños (los cuales afectaron al 0,07%, 0,33%, 0,7%, 1,3% y 1,7% de las firmas minoristas) computando en cada caso la pendiente de la relación entre el tamaño de la avalancha y su frecuencia relativa.

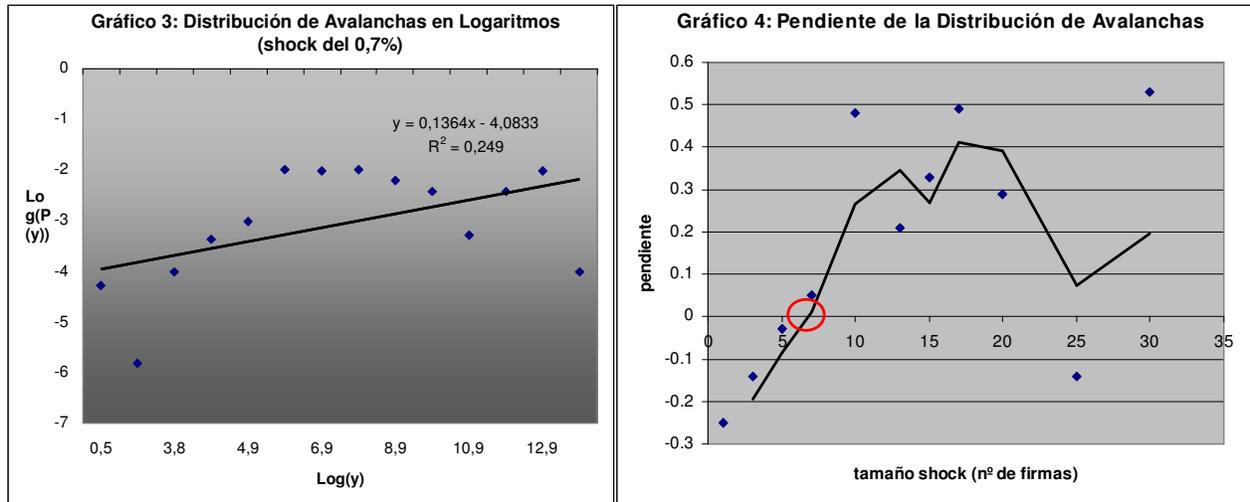
Como muestra la Tabla 2, para shocks pequeños (que afectan a menos del 0,7% de las firmas), se observa una relación negativa entre el tamaño de la avalancha y su frecuencia de su realización. En efecto, avalanchas que afectan a una proporción significativa del sistema (a más del 20% de la red) solo ocurren 0,1% de las veces. Por otro lado, en más del 50% de las ocasiones los shocks no provocan avalancha alguna.

Tabla 2*

Distribución de las Avalanchas (L=1500)					
Tamaño del Shock (%)	Pendiente Power Law	Máximo		Moda	
		Valor	Frec. Rel. (%)	Valor	Frec. Rel. (%)
0,07 (I)	-0,2	392.395	1,00	0	55,00
0,07 (II)	-0,28	1.066.614	0,10	0	69,90
0,07 (III)	-0,28	1.066.614	0,10	0	66,30
0,33(I)	-0,09	1.066.614	0,40	358	15,40
0,33 (II)	-0,035	1.066.614	2,70	358	14,20
0,7(I)	0,22	1.066.614	2,90	392.385	22,60
0,7(II)	0,14	392.385	1,80	973	13,70
1,3 (I)	0,37	392.385	3,10	19.536	20,10
1,7 (I)	0,43	1.066.614	8,20	392.385	25,70

*(I),(II) y (III) hacen referencia a tres matrices iniciales alternativas

Conforme se incrementa la magnitud del shock inicial, puede apreciarse que las grandes avalanchas se realizan con mayor frecuencia así como el hecho de que la moda se mueve a niveles de avalanchas intermedias.



Más aún, cuando el shock afecta a más del 0,7% de las firmas, la pendiente de la recta que relaciona avalanchas y sus respectivas frecuencias invierte su signo para hacerse positiva. Como se observa en el gráficos 3, la relación descrita no sólo es positiva sino que aumenta progresivamente su pendiente conforme el tamaño del shock se incrementa. Como muestra el gráfico 4, el umbral a partir del cual shocks pequeños cambian cualitativamente la forma de la distribución de avalanchas oscila entre el 0,33% y el 0,7% (es decir, shocks que afectan a entre 5 y 10 firmas).

b) Sensibilidad de la distribución de las avalanchas de default ante cambios en el tamaño de la red de créditos.

Se repitió el experimento considerando, en este caso, una red de relaciones de crédito significativamente menor (i.e. una matriz inicial $\in R^{50 \times 50}$).

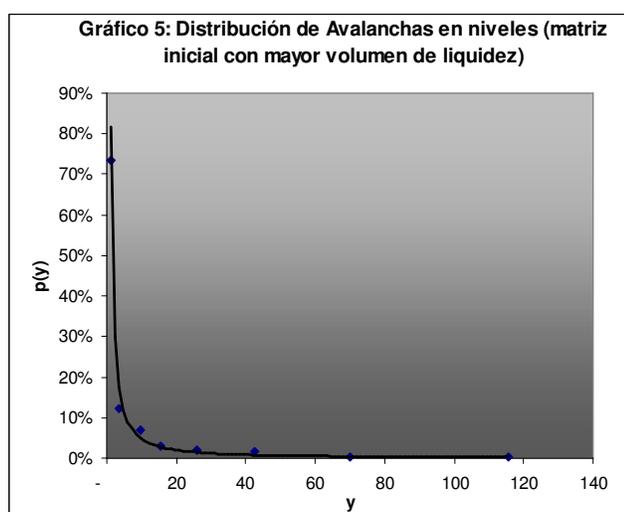
Tabla 3

Distribución de las Avalanchas (L=50)					
Tamaño del Shock (%)	Pendiente Power Law	Máximo		Moda	
		Valor	Frec. Rel. (%)	Valor	Frec. Rel. (%)
2 (I)	-0,22	1.249	1	2	45
2 (II)	-0,15	1.249	5	2	57
6(I)	-0,03	2.059	2	757	18
6(II)	0,025	1.249	6	757	23
10(I)	0,13	2.059	5	1.249	25
10(II)	0	2.059	2	459	21

Se observa que, tal y como ocurre en el caso de $L=1500$, la relación entre el monto de defaults y su frecuencia es negativa para shocks pequeños (i.e. se verifica la ley de potencias) y se hace positiva cuando el tamaño del shock se incrementa. Sin embargo, esta relación se mantiene negativa para tamaños de shocks proporcionalmente mayores a los experimentados por una red de mayor tamaño ($L=1500$). En efecto, en este caso, cuando el impacto inicial afecta al 2% de las firmas, la relación es todavía negativa y solo revierte su signo a partir de que el shock afecta a más del 6% de las empresas minoristas.

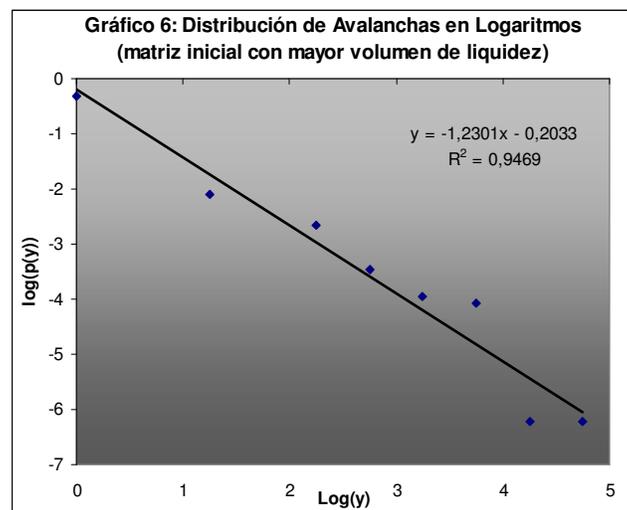
c) Matriz inicial con mayor volumen de liquidez.

En este caso el experimento llevado a cabo consistió en darle la posibilidad a algunas de las firmas de contar con mayor liquidez inicial. De este modo, las empresas podrían tener capacidad de respuesta ante cero, uno o dos defaults. En otras palabras, aparecen en el interior de la matriz firmas con características análogas a las que poseen financiamiento irrestricto (i.e. empresas “too big to fall”). Es de esperar que la aparición de este tipo de firmas reduzca el mecanismo de propagación de shocks a lo largo de la cadena de crédito.



Los gráficos obtenidos confirman una vez más que para shocks de tamaño mínimo se verifica una Ley de Potencias. Asimismo, resulta interesante resaltar el hecho de que en este caso la relación aparece de manera más clara que en los ejercicios anteriores.

Sin embargo, bajo estas condiciones particulares, la inyección de liquidez al sistema permite reducir de manera significativa la propagación del shock inicial. En efecto, al tomar tres configuraciones alternativas de liquidez, lo cual permite cambiar la distribución geográfica de las firmas inmunes a los shocks, se observó que en ninguna oportunidad las avalanchas afectaron a más del 0,003% de las firmas involucradas (i.e. $5,2 \times 10^{-3}$ unidades monetarias de deuda en default).



d) Ampliación de las relaciones de crédito

Por último, se definieron nuevos vínculos entre las firmas. En este caso, cada unidad productiva adopta a tres empresas como sus proveedoras de insumos y consecuentemente puede contraer deuda con todas ellas. Sin embargo, al momento de entrar en defaults lo hace sólo con dos de ellas, eligiéndolas al azar.

La **Tabla 4** muestra los resultados para shocks aleatorios bajo la nueva configuración de las relaciones de crédito:

Tabla 4

Distribución de las Avalanchas (L=1500)					
Tamaño del Shock (%)	Pendiente Power Law	Máximo		Moda	
		Valor	Frec. Rel. (%)	Valor	Frec. Rel. (%)
0,07 (I)	-0,26	1.066.614	0,10	0	64,80
0,07 (II)	-0,2	1.066.614	1,30	0	67,40
0,07 (III)	-0,06	1.066.614	2,40	973	15,70
0,33(I)	-0,04	1.066.614	4,10	0	12,80
0,33 (II)	-0,04	1.066.614	2,70	358	14,20
0,7(I)	0,18	392.385	3,50	358	17,50
0,7(II)	0,17	392.385	2,00	973	18,60

Como puede apreciarse, los resultados no se ven alterados en tanto la distribución de avalanchas no se ve afectada por la nueva distribución de las relaciones. La recta de regresión estimada mantiene su pendiente negativa para shocks menores al 0,7% y se hace positiva cuando los defaults que afectan a las firmas minoristas superan ese porcentaje.

Más allá de no modificarse los resultados obtenidos, lo que sí se ve alterado es el espacio de posibles avalanchas que derivan de un mismo shock. Esto es, en los casos anteriores, dado un shock y la configuración inicial, podía determinarse a priori cuál iba ser el impacto sobre el sistema del fenómeno en cuestión. Ahora, debido a la aleatoriedad con que una firma descarga el default hacia arriba⁶, ese espacio se magnifica haciendo incierto el tamaño del shock y las firmas afectadas.

⁶ En términos especiales esta expresión implica descargar el default hacia abajo.

5. Conclusiones y Posibles Extensiones

A lo largo del trabajo buscamos explorar la naturaleza de los fenómenos de impulso-propagación de shocks idiosincráticos a lo largo de una red de relaciones de crédito comercial. Para perturbaciones pequeños se encontró, tal y como ocurre en el trabajo pionero de Bak et. al (1992), que la distribución de avalanchas de default se comporta como una ley de potencias, esto es, avalanchas de gran tamaño presentan una baja frecuencia mientras que aquéllas que se suceden con gran probabilidad no son de tamaño significativo. De esta forma, parece plausible, a partir de la modelización del comportamiento de agentes múltiples, generar crisis sistémicas sin tener que recurrir a shocks agregados como los que incorpora la literatura tradicional.

Asimismo, el resultado obtenido parece ser robusto, no solo a distintas configuraciones iniciales sino también al cambio en las relaciones de crédito establecidas entre las firmas. Sin embargo, la relación que se verifica entre el tamaño de las avalanchas y su frecuencia relativa parece tener un comportamiento errático conforme se incrementa el número de shocks. En efecto, la misma se hace positiva cuando los shocks superan el 0,4% y se mantiene creciente para shocks inferiores al 0,1%. Finalmente, si bien mayor a cero, la pendiente de la recta se vuelve decreciente si los shocks oscilan entre el 0,1% y el 1,67%.

El modelo presentado posee numerosas potenciales extensiones. Una de las más inmediatas consiste en endogeneizar la matriz de capacidad de respuesta de default, incorporando, entre otros aspectos, las ganancias operativas de las firmas en el período anterior. Es decir, el modelo puede refinarse si se tiene en consideración no sólo el costado financiero de la interacción entre las unidades económicas sino también su lado productivo. Por su parte, puede explorarse cuáles son los lugares estratégicos de la matriz, es decir, qué casilleros tienen la propiedad de frenar la avalancha, en caso de disponerse de la liquidez necesaria. En este sentido, el estudio de la dinámica de la red podría ayudar a implementar mecanismos simples de “seguro” contra crisis sistémicas.

Bibliografía

- Bak et al. *“Aggregate Fluctuations from independent sectoral shocks: self-organized criticality in a model of production and inventory dynamics”*. University of Chicago (1992).
- Boissay, Frederic. *“Credit Chains and the propagation of financial distress”*. Working paper N° 573. ECB (2006).
- Delli Gatti, et al. *“A new approach to business fluctuations: heterogeneous interacting agents, scaling laws and financial fragility”* (2003).
- Dreizen, Julio. *“Fragilidad financiera e inflación”*. CEDES. Buenos Aires (1985).
- Kiyotaki, Nobuhiro & Moore, John. *“Credit Chains”* (1997).
- Lee, et al. *“Sandpile avalanche dynamics on scale-free networks”*. Seoul National University, Korea (2004).
- Marx, Carlos; *El Capital. Crítica de la Economía Política*, Volumen 1, Fondo de Cultura Económica, segunda edición (1973)
- Minsky, Hyman. *“A theory of systemic fragility”* (1977).
- Petersen, Mitchell & Rajan, Raghuram. *“Trade credit: theories and evidence”*. NBER (1996).
- Weisbuch, G & Battiston, Stefano. *“Production networks and failure avalanches”*. EHESS, París (2005).

CODIGO DEL PROGRAMA (C)

```

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include <math.h>

#define ANCHO                1500
#define ALTO                 1500
#define CANT_UNOS            1

#define MAX_VALOR            2
#define MAX_VECINOS         2

#define ULTIMA_FILA          2

#define RANDOMIZE_MATRIZ
#define RANDOMIZE_VECTOR

//-----PROTOTIPOS-----
int llenar_aleatorio(char matriz[ANCHO][ALTO]);
int imprimir_matriz(char matriz[ANCHO][ALTO]);
int generar_vector(char vector[ANCHO],int cant_unos);
int consultar_vecinos(int x,int vecinos_array[]);
void defaultear_a_vecino(int x,int y, int x_mio, int y_mio);
int copiar_matriz(char origen[ANCHO][ALTO],char destino[ANCHO][ALTO]);

//-----DECLARACION DE VARIABELS-----
char mat[ANCHO][ALTO];
char backup[ANCHO][ALTO];
char vector[ANCHO];
int vecino[MAX_VECINOS];
long int defaults=0;

//-----PROGRAMA PRINCIPAL-----
int main(int argc, char *argv[]){
    int i,j,k;
    FILE *salida;

    //-----CLA-----
    if ( argc==3 ){
        printf("Generando resultados en: %s con %i unos por vector de
defaults recibidos\n",argv[1],atoi(argv[2]));
        salida = fopen(argv[1],"wt");
    }else{
        printf("No se encontro archivo de destino, grabando sobre
salida.csv\n");
        salida = fopen("salida.csv","wt");
    }
    //-----FIN-CLA-----

    //Genero una matriz aleatoria y la completo con ULTIMA_FILA en la
ultima fila
    llenar_aleatorio(mat);
    for (i=0;i<ANCHO;i++) mat[ALTO-1][i]=ULTIMA_FILA;
    copiar_matriz(mat,backup);

```

```

//-----
for (k=0;k<1000;k++){

    //Reseteo la cantidad
    defaults = 0;

    //Imprimo porcentaje de matrices resueltas
    printf("%i %% COMPLETADO\r",k*100/1000);

    //Genero un vector aleatorio
    generar_vector(vector,atoi(argv[2]));

    //Resto la primer fila de la matriz con el vector de defaults
recibidos
    for (i=0;i<ANCHO;i++){
        mat[0][i] -= vector[i];
    }

    //Cascada
    for (i=0;i<ANCHO;i++){
        if (mat[0][i]<0) {
            /*Si llegue acá es porque no pude cubrir con
liquidez propia y tengo que empezar a defaultear para abajo*/
            consultar_vecinos(i,vecino);
            defaultear_a_vecino(vecino[0],1,i,0);
            defaultear_a_vecino(vecino[1],1,i,0);

        }
    }

    //Imprimo sobre el archivo de salida la cantidad total de
defaults efectuados para esta matriz
    fprintf(salida,"%i\n",defaults*2);

    //Vuelvo a poner la matriz original
    copiar_matriz(backup,mat);
}
fclose(salida);
printf("Proceso finalizado");
return 0;
}
//-----FUNCIONES-----

void defaultear_a_vecino(int x,int y, int x_quepide, int y_quepide){
    defaults++;
    if (mat[y][x]>0){
        mat[y_quepide][x_quepide] += 1;
        mat[y][x] -= 1;
    }else{
        defaultear_a_vecino(x,y+1,x,y);
        //mat[y_quepide][x_quepide] += 1;
        //mat[y][x] -= 1;
        if (x==ANCHO-1){
            defaultear_a_vecino(0,y+1,x,y);
        }else{

```

```

        defaultear_a_vecino(x+1,y+1,x,y);
    }
    mat[y_quepide][x_quepide] += 1;
    mat[y][x] -= 1;
}

}

int llenar_aleatorio(char matriz[ANCHO][ALTO]){
    int i,j;
    int random;

    #ifdef RANDOMIZE_MATRIZ
        srand((unsigned int)time( NULL ));
    #endif

    for (i=0;i<ANCHO;i++){
        for (j=0;j<ALTO;j++){
            random =(int)( ( (double)rand() /
((double)(RAND_MAX)+(double)(1)) ) *MAX_VALOR) ;
            matriz[i][j]=random;
        }
    }
    return 0;
}

int imprimir_matriz(char matriz[ANCHO][ALTO]){
    #ifdef IMPRESIONES
        int i,j;

        for (i=0;i<ANCHO;i++){
            for (j=0;j<ANCHO;j++){
                printf("%i ",matriz[i][j]);
            }
            printf("\n");
        }
    #endif
    return 0;
}

int generar_vector(char vector_[ANCHO],int cant_unos){
    int i;
    int random;

    srand((unsigned int)clock()*time(NULL));

    for (i=0;i<ANCHO;i++) vector_[i]=0;

    for (i=0;i<cant_unos;i++){
        do{
            random =(int)( ( (double)rand() /
((double)(RAND_MAX)+(double)(1)) ) *ANCHO );
        } while(vector_[random]==1);

        vector_[random]=1;
    }
}

```

```
        return 0;
    }

int consultar_vecinos(int x,int vecinos_array[]){
    vecinos_array[0]=x;
    if (x==ANCHO-1){
        vecinos_array[1]=0;
    }else{
        vecinos_array[1]=x+1;
    }
    return 0;
}

int copiar_matriz(char origen[ANCHO][ALTO],char destino[ANCHO][ALTO]){
    int i,j;

    for (i=0;i<ANCHO;i++){
        for (j=0;j<ALTO;j++){
            destino[i][j]=origen[i][j];
        }
    }
    return 0;
}
```