

La Ley de Precio Único y la Dinámica de los Mercados[§]

Algunos procesos simples de difusión de precios con agentes adaptativos

Leandro Gorno
leandro@econ.uba.ar
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires

Eduardo Rodríguez
edalro@hotmail.com
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires

Octubre 2004

RESUMEN

La llamada “Ley de Precio Único” afirma que los diferentes mercados están interconectados de forma que un mismo producto tiene un mismo precio. El presente trabajo intenta discutir la obviedad del concepto de “mercado” y, por medio de la simulación de algunos modelos extremadamente simples, explorar la conjetura de que una micro-estructura simple de clientes y proveedores basta para generar “mercados” (entendidos como redes de agentes conectados que intercambian un bien a un único precio).

[§] Este trabajo fue preparado como trabajo final para la asignatura Tópicos de Racionalidad Acotada, que los Profesores Daniel Heymann, Roberto Perrazo y Martín Zimmermann dictaron en la Maestría en Economía de la Universidad de San Andrés entre junio y septiembre del 2004.

1. Introducción

Pocos economistas discutirían que el concepto de “mercado” se ubica en un lugar central dentro del conjunto de nociones fundamentales de la Ciencia Económica. Sin embargo, a pesar de estar entretejido en los infinitos pliegues teóricos y prácticos del pensamiento, no sólo de los economistas, sino de todos aquellos que estudian y discuten la actividad humana y las formas de organización societal, es un concepto cuya definición precisa no parece ser en absoluto sencilla. En nuestra opinión, esta dificultad emana directamente de la naturaleza analíticamente no delimitada del fenómeno que el concepto intenta reflejar. Es decir, detrás de la apariencia simple que posee la idea operativa de “mercado”, se esconde un proceso dinámico de enorme complejidad, en el que interactúan numerosos agentes intencionales, lo que implica que cualquier representación analítica no es más que un encuadre más o menos detallado de los límites del proceso y no de lo que sucede internamente.

Obviando estas consideraciones, la Ciencia Económica suele referirse al mercado como una institución, pasando inmediatamente a la descripción de algunas características relativamente superficiales que poco dicen acerca del fenómeno subyacente. Esta forma de proceder tiene claras ventajas operativas y no resulta demasidado problemática en la medida en que el analista esté dispuesto a hipotetizar un mercado previamente existente y de estructura temporalmente invariante. Sin embargo, si el objetivo es investigar el proceso de conformación o evolución del mismo, se vuelve necesario precisar más el concepto.

En términos sencillos, podemos pensar en una noción abstracta de mercado como una estructura de relaciones entre individuos que tiene como único objetivo lograr el intercambio voluntario de dos clases de cosas. De esta manera, el mercado permite que las valoraciones de los participantes acerca de los objetos transables interactúen en forma tal que el intercambio se produzca a nivel societal y no como resultado de una relación entre individuos. Independientemente de que éste se dé o no en un caso particular, la interacción de esas valoraciones conduce al establecimiento de una tasa de cambio o precio y a la transformación simultánea de la cosa intercambiada en mercancía. Obviamente, no toda estructura de relaciones entre personas en torno a una cosa en particular (o varias) es necesariamente un mercado. La diferencia se encuentra en el objetivo de la misma. Similarmente, un mismo bien puede dar lugar a diferentes mercancías, si el contexto relacional es diferente. De esta forma, aunque el núcleo de un mercado se encuentra en la estructura de relaciones, el bien tiene dos funciones importantes: “orientar” las relaciones conformantes y proveer un nombre (*i.e.* “el mercado de [bien]”). En resumen, es la estructura de relaciones lo que convierte al bien en mercancía, aunque sin el bien estas mismas relaciones no pueden adquirir carácter mercantil.

Esta caracterización de un mercado conlleva un problema no menor: un mercado se refiere a un bien en particular. Luego, se vuelve necesario establecer una distinción precisa entre bienes, *independiente del concepto de mercado*. Desde nuestra perspectiva, el asunto no es trivial (ni en su complejidad filosófica, ni en su importancia lógica a la hora de obtener un concepto *analítico* de mercado). Uno podría establecer que un bien se distingue de otro cuando se diferencian en su proceso de producción, en el lugar del espacio en el cual se ubican y el momento del tiempo en el que las mismas son adquiridas (o consumidas). Sin embargo, la pretensión de trazar una distinción analítica sobre estas bases falla rápidamente¹.

Como no creemos que este problema sea analíticamente soluble, consideraremos que una mercancía se distingue de otra simplemente cuando los participantes del mercado las perciben como diferentes. En términos operativos, utilizaremos el precio de transacción para identificar las diferentes mercancías que surgen de una clase de bienes. Esto es completamente arbitrario pero, como se verá enseguida, nos permite fijar un punto lógicamente libre y generar un concepto analítico de mercado (con innumerables limitaciones, está claro). Obviamente, la percepción de una nueva mercancía, ya sea a partir de otras previamente existentes o de una no-mercancía, conlleva la generación de una nueva estructura que toma relaciones previamente existentes y/o crea relaciones nuevas en torno a ella. El surgimiento de este nuevo mercado no es otra cosa que la creación de una nueva estructura en relación a la nueva mercancía, la cual se convalida con la posibilidad de existencia de un precio único de intercambio.

Lejos de ser original, nuestra idea de utilizar los precios transaccionales para definir los mercados, tiene motivación histórica. La llamada “Ley de Precio Único” (LPU de aquí en más) afirma que los diferentes mercados están interconectados de forma tal que un mismo producto tiene un mismo precio. La proposición es comúnmente atribuida a William S. Jevons (1835-1882), pero puede rastrearse hasta Germiniano Montanari (1633-1687). En su formulación de esta ley, Montanari utilizó la analogía de los “vasos comunicantes” de Torricelli² para explicar que de no haber un único precio, habría fuerzas tendientes a modificar las condiciones de mercado y equilibrar los precios dispares. En lenguaje un poco más moderno, la LPU postula que existe arbitraje perfecto entre mercados en los que se transa una misma mercancía. De esta forma, puede hablarse de un único mercado para ella.

Usualmente se considera que la LPU permite la reducción espacial de la actividad de intercambio a un punto y que su validez empírica parece depender esencialmente de la relevancia de los costos de transporte y de los flujos de información existentes, así como del grado de homogeneidad de la categoría de bienes concretos que se subsume analíticamente en un bien teórico. Sin embargo, es importante notar que, para un observador suficientemente detallista, lo único que existe en los mercados empíricos es la heterogeneidad. Luego, si se consideran dominios de operación suficientemente reducidos, podemos pensar que la LPU “conforma” los mercados, en el sentido de que el concepto de mercado requiere la constitución de un bien teórico pre-mercantil. Por lo tanto, es lícito considerar que la operación, en algún nivel, de la LPU es necesaria para que conceptos teóricamente fundamentales como demanda y oferta tengan sentido.

Este trabajo es un modesto ejercicio sobre la idea de que la LPU puede utilizarse como una característica *definitoria* de un mercado. De este modo, intentaremos ilustrar la forma en que entendemos podría encararse el estudio de la dinámica *de* los mercados, complementando el estudio de la dinámica *en* los mercados, con mucha mayor cabida en la literatura. La convicción personal que guía nuestro intento, es que creemos que difícilmente pueda estudiarse como se modifican dinámicamente aspectos no triviales de la estructura de un mercado en un contexto que no sea pre-mercantil (en relación a la definición de mercado que se adopte).

La estructura del trabajo es como sigue. Luego de esta introducción, la segunda sección describe características generales de un sistema pre-mercantil que podría servir para modelar fenómenos de intercambio sin presuponer la existencia de mercados y estudiar dinámicas que pueden soportar a la existencia de mercados. La tercera sección desarrolla un sencillo modelo espacial de relaciones cliente-firma que ilustra una posible dinámica de convergencia de precios. La cuarta sección se dedica al análisis de las simulaciones del modelo canónico. Una quinta sección considera algunas posibles líneas de investigación para el futuro. La sexta y última sección es destinada a las conclusiones.

2. Características de un modelo genérico

En función de toda la discusión precedente, creemos que podemos definir un mercado simple a partir de una serie de características, la primera de las cuáles es que el bien debe tener un único precio de intercambio³. Otra característica importante es que los conjuntos de oferentes y demandantes deben estar conectados de forma que potencialmente puedan realizar una operación. Este aspecto suele simplificarse en las representaciones estándar asumiendo que todos los actores están plenamente interconectados⁴.

Un mercado como el recién descrito podría representarse estáticamente como un conjunto D de potenciales demandantes (cada uno de los cuáles tiene una correspondencia de demanda), un conjunto O de potenciales oferentes (cada uno de los cuáles tiene una correspondencia de oferta), una correspondencia no vacía $s : D \rightarrow O$ (el conjunto de proveedores de cada consumidor), una correspondencia no vacía $c : O \rightarrow D$ (el conjunto de clientes de cada firma) y un precio (variable) al cuál las firmas y los consumidores conectados pueden realizar transacciones. Las transacciones que se realizan se determinan a partir de ciertas reglas locales bien definidas que operan a nivel de las relaciones proveedor-cliente. De esta forma, para cada precio, algunas transacciones se

realizan y otras no. En este contexto, puede definirse el concepto de precio de equilibrio como cualquier precio que genera que tanto oferentes como demandante puedan transar cantidades consistentes con sus correspondencias de oferta y demanda.

Complementariamente, el fenómeno de intercambio de mercancías puede representarse a partir de la construcción explícita de un sistema con múltiples agentes cada uno de los cuáles tiene ciertas reglas bien definidas de comportamiento y una jerarquía resolutoria sobre estas reglas. A nivel sistémico, este enfoque requiere la especificación de mecanismos dinámicos de interacción, que vinculan a los agentes de diversos modos. Estos mecanismos son “dinámicos” porque pueden modificarse en forma endógena (*i.e.* “evolucionar” por la actividad colectiva de los agentes). La historia del sistema se va generando a partir de la acción del conjunto de estos mecanismos, las acciones efectuadas por los agentes y la realización de variables aleatorias.

Es importante destacar que, para que el tiempo interno de un sistema de este tipo pueda “transcurrir”, la especificación de un sistema de agentes múltiples debe estar libre de circularidades. De esta forma, es necesario dotar a los agentes de reglas operativas que permitan definir su comportamiento basándose exclusivamente en la historia del sistema. Esto no significa que los agentes estén impedidos de formar expectativas, sino que estas expectativas no pueden ser “causadas” por un futuro aún no realizado.

Este trabajo intenta representar el fenómeno de conformación de mercados caracterizados por la existencia de un precio único en un dominio del espacio de agentes. Luego, debemos modelar dinámicas transaccionales y relaciones entre agentes a partir de formular diversas hipótesis, pero cuidándonos de no imponer la uniformidad de precios de un modo indeseadamente arbitrario. Esto es importante, porque este tipo de modelos pierden valor explicativo / interés analítico si los resultados son inducidos sin disimulo por hipótesis que no tienen justificación alguna.

A un nivel bastante más general que el que desarrollaremos en este trabajo, un modelo del fenómeno que queremos tratar debería tener los siguientes ingredientes:

- Un espacio de consumidores o clientes
- Un espacio de firmas
- Un conjunto de relaciones cliente-firma

Para completar el modelo parecería necesario especificar los siguientes procesos:

- el proceso por el cual los consumidores determinan su demanda
- el proceso por el cual se determina la oferta de las empresas
- el proceso de formación de precios y la forma en que la interacción entre oferta y demanda se traduce en transacciones
- la dinámica de las relaciones cliente-firma
- la dinámica de los agentes (evolución, muertes y nacimientos)

En este trabajo simplificaremos notablemente todos estos objetos, adoptando supuestos que nos ayuden a realizar interpretaciones relativamente sencillas de los resultados obtenidos por simulación. En particular, comenzaremos nuestro estudio con los supuestos más heroicos para luego analizar los efectos de adoptar otros ligeramente menos restrictivos.

Esta elección metodológica se debe a que la complejidad del espacio de modelos posibles parece tan abrumadora, que sugiere que desarrollar una cuña canónica puede resultar fundamental para su investigación. De esta forma, el presente trabajo puede entenderse como una serie de exploraciones emprendidas a partir de un modelo muy estilizado.

3. Un modelo canónico

En esta sección se explora un modelo muy esquemático de relaciones cliente-firma, que busca representar una potencial dinámica de precios y conformación de mercados con interpretación espacial. Potencialmente, también nos gustaría utilizar este modelo para estudiar el nivel de interconexión de los mercados que resulten y el nivel de conexión interna que exhiba cada uno⁵.

En la economía propuesta, existen solamente dos tipos de agentes, los *clientes* y las *firmas*, ambos en cantidades iguales a n . Además, hay un solo bien, el cual es deseado por los clientes y provisto por las firmas a un determinado precio. El único tipo de relación permitida entre los agentes es del tipo cliente-firma: los clientes interactúan con una o más firmas, pero no con los demás clientes. Tampoco existe interacción entre las firmas. Como es obvio, este supuesto simplifica enormemente el espacio de relaciones.

Identificaremos a los consumidores con un índice $i \in N := \{1, 2, \dots, n\}$ y a las firmas con un índice $j \in N$. Para simplificar la notación, la aritmética utilizada con estos índices será implícitamente módulo n , de modo que, por ejemplo, $i+1=1$ si $i=n$ y $i-1=n$ si $i=1$. Para entender intuitivamente el espacio de agentes y las relaciones que describiremos en él, imaginemos que los consumidores y las firmas se hallan en dos circunferencias concéntricas como las de la figura 1.

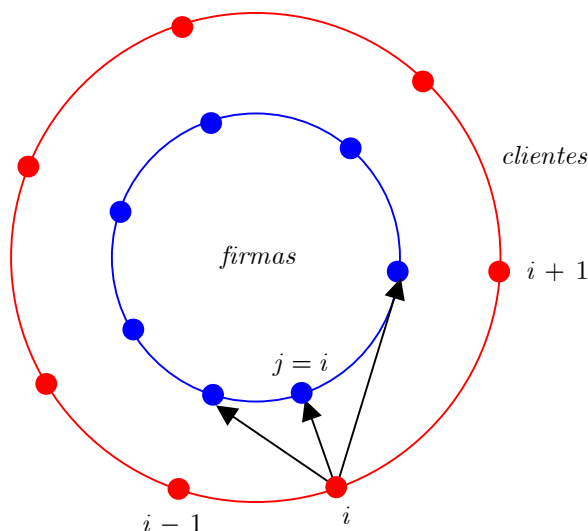


Figura 1. Representación del espacio de agentes.

En cada período t , la firma $j \in N$ fija un *precio de oferta* $p_t^j \in [0, \infty)$. Por su parte, el consumidor $i \in N$ desea adquirir una unidad del bien. Para ello dispone de un conjunto de relaciones con firmas. Para formalizar esto, definimos V_t^i como el conjunto de índices de las empresas con las que el consumidor i está relacionado en el período t . Más explícitamente, suponemos que

$$V_t^i := N \cap [i - r_t^i, i + r_t^i]$$

de modo que está centrado en la firma $j = i$ y tiene por radio un número no negativo $r_t^i \in [0, n/2)$. Suponemos que existe un parámetro $m \in [0, n/2)$, constante e igual para todos los consumidores, que acota inferiormente al radio r_t^i y sirve de condición inicial⁶. Obviamente, la cantidad de firmas con las que está relacionado el consumidor es $2 \times \lceil r_t^i \rceil + 1 \geq 2 \times m + 1 \geq 1$ para todo i y para todo t (la notación $\lceil x \rceil$ significa “la parte entera de x ”).

Pero, ¿qué tipo de relación entre i y j denota el hecho de que $j \in V_t^i$? En este modelo simple, suponemos que la relación cliente-empresa consiste exclusivamente en consultar el precio de oferta de la empresa. De esta forma, V_t^i puede entenderse como un conjunto informativo, por lo que decimos que r_t^i es el *radio informativo* del consumidor i en el período t . Adicionalmente, puede pensarse que V_t^i describe el rango de búsqueda de los consumidores, sugiriendo una interpretación espacial del modelo. Nótese que ambas interpretaciones no son inconsistentes. En definitiva, dado que parece una metáfora razonablemente adecuada, nos referiremos al conjunto V_t^i como el *vecindario del consumidor i* .

Notemos que, a partir de la colección de vecindarios $\{V_t^i : i \in N\}$, podemos construir las carteras de potenciales clientes de las firmas. Definiremos la *cartera de clientes* de la firma j en el instante t como

$$C_t^j := \{i \in N : j \in V_t^i\}$$

Para completar el modelo, deberíamos especificar los procesos dinámicos que determinan la evolución del sistema, según lo señalado en la sección anterior. En todos los casos, optamos por supuestos tan simples como crudos. Como hemos dejado traslucir, esto se debe a que nos parece necesario construir un modelo que actúe como punto de apoyo en la búsqueda de una solución satisfactoria al (complejo) problema de representación que nos hemos planteado. Consecuentemente, procederemos luego a extender este modelo inicial en diferentes dimensiones.

En primer lugar, supondremos que el consumidor i demanda siempre a las empresas que tienen el menor precio de oferta de su vecindario V_t^i . Si existen k_t^i empresas que ofrecen el precio mínimo en el instante t , el consumidor demanda una fracción $1/k_t^i$ de cada una. En particular, si existe una única empresa que ofrece el precio mínimo, la demanda del consumidor será de una unidad del bien. Formalmente, la demanda que realiza el consumidor i a la empresa j es

$$D_t^{ij} := \begin{cases} 1/k_t^i & \text{si } p_t^j \leq p_t^{j'} \forall j' \in V_t^i \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

donde definimos $k_t^i := \#(\arg \min_{j \in V_t^i} p_t^j)$. La demanda total que enfrenta la empresa j es:

$$D_t^j := \sum_{i \in C_t^j} D_t^{ij}$$

En segundo lugar, supondremos que las empresas pueden satisfacer toda la demanda a precios no negativos y sobrevivir eternamente. Esto puede entenderse como la hipótesis de que tanto el costo marginal como el costo medio son cero. De esta forma, una conjetura natural es que si la distribución de precios de oferta se degenera en un precio único, este precio debería ser cero.

Adicionalmente, este supuesto es consistente con suponer que el espacio de firmas es fijo. Más en general, en este modelo simple, omitiremos formular una dinámica para la evolución de los espacios de agentes. Este hecho, junto con las hipótesis efectuadas sobre la oferta y la demanda, implican que la determinación de las transacciones que se efectúan es trivialmente simple. En cada período hay transacciones por un total de n unidades del bien.

Cada empresa busca maximizar beneficios, pero enfrenta incertidumbre acerca de su entorno. Nuestra forma de modelar su comportamiento bajo estas circunstancias, consiste en suponer que su política de precios es una simple estrategia adaptativa. La empresa forma creencias sobre la optimalidad del precio que ofrece, de acuerdo a la proporción de clientes que le compran (que se mide por la fracción $\alpha_t^j := D_t^j / C_t^j \in [0,1]$). Arbitrariamente, suponemos que, si $\alpha_t^j > 2/3$, la

empresa interpreta que su precio es demasiado bajo para maximizar beneficios y eleva su precio en un porcentaje Δ^p , que es común a todas las empresas. Si, en cambio, $\alpha_t^j < 1/3$, la empresa interpreta que su precio es mayor que el que maximiza beneficios, y lo baja en un porcentaje ∇^p . Obviamente, si $\alpha_t^j \in [1/3, 2/3]$, la empresa no altera su precio.

En principio, fijaremos $\nabla^p = \Delta^p$, pero hacemos la distinción simbólica porque resulta interesante permitir asimetrías en la reactividad de los precios (también serán tratadas asimetrías en los valores críticos para α_t^j).

Finalmente, nos resta discutir el proceso que determina los vecindarios de cada consumidor. Como en el resto del modelo, supondremos que el mecanismo que rige la dinámica de este proceso es extremadamente simple. Si un consumidor compra en el “interior” de su vecindario, reduce su radio informativo en un porcentaje ∇^r . Si, en cambio, compra en la “frontera”, aumenta su radio en Δ^r . Nuevamente, supondremos que $\nabla^r = \Delta^r$.

Nótese que “interior” y “frontera” son conceptos que no definimos precisamente. El *interior* del vecindario del consumidor i se define

$$I_t^i := N \cap [i - \beta \times r_t^i, i + \beta \times r_t^i]$$

donde $\beta \in (0,1)$ es un parámetro que influenciará sustancialmente la dinámica de ajuste. La *frontera* del mismo vecindario será el conjunto de índices que no están en el interior:

$$F_t^i := V_t^i - I_t^i$$

En rigor, estamos asumiendo que para el consumidor es costoso mantener un vecindario amplio, por lo que intentará reducirlo siempre que no le sea necesario para obtener un precio bajo. Sin embargo, no modelizamos explícitamente un *trade-off*, por lo que implícitamente estamos suponiendo una relación lexicográfica entre precio y costo de mantener diferentes radios informativos. Esto puede sonar absurdo en ocasiones, pero puede parecer razonable para representar situaciones en las que el tipo de esfuerzo que requiere buscar es cualitativamente diferente (y relativamente insignificante desde el punto de vista de las preferencias) que el efecto de los precios sobre el bienestar. Sin duda, este proceso puede modificarse de muchas formas y generar extensiones diversas.

En definitiva, todo el sistema consiste en dos dinámicas interrelacionadas actuando sobre un estado compuesto por precios de oferta y radios informativos. La figura 2 intenta ilustrar el esquema:

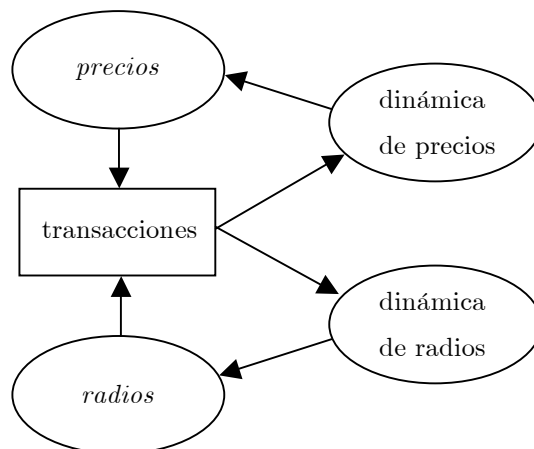


Figura 2. Estados del sistema y esquema dinámico.

4. Simulaciones del modelo canónico

Como hemos señalado, el modelo presentado en la sección anterior constituye esencialmente un sistema dinámico autónomo cuyo estado en un instante de tiempo determinado consiste en un vector de precios de oferta para las firmas y un vector de radios para los consumidores (ambos no negativos). Todas las restantes cantidades son funciones de estos dos vectores.

Luego, formalmente, la dinámica puede resumirse en un operador $T : \mathbb{R}_+^{2 \times n} \times \mathbb{R}_+^{2 \times n}$, que mapea (p_t, r_t) en (p_{t+1}, r_{t+1}) . Obviamente, este operador depende de una serie de parámetros:

- n : el número de consumidores
- m : la cota inferior de los radios
- Δ^p : la velocidad de ajuste de los precios
- Δ^r : la velocidad de ajuste de los radios
- β : la relación entre el radio de un vecindario y el radio de su interior

Como las propiedades del operador T resultan difíciles de estudiar analíticamente, recurrimos a simulaciones para investigar el comportamiento del sistema. Para esto exploramos el espacio de parámetros y también utilizamos distintos diseños para generar las condiciones iniciales. En los casos que planteamos a continuación intentamos analizar los siguientes aspectos:

- Comportamiento asintótico de los precios
- Efectos de los parámetros sobre los tiempos de convergencia
- Anatomía del sistema en el estado asintótico (nivel de conexión entre distintos mercados)
- Anatomía de los distintos “mercados” en el estado asintótico (nivel de conexión entre partícipes del mismo mercado)

Para comenzar, hemos elegido una especificación bastante general y hemos fijado de manera aleatoria tanto los precios iniciales exigidos por las firmas como los radios de información de los clientes. Es posible observar que durante todo el proceso, la firma que ofrece el menor precio domina la dinámica del precio medio. En este sentido, la elevada dispersión inicial se reduce de manera relativamente rápida para una elevada cantidad de configuraciones de parámetros.

En la mayoría de los casos considerados se observan comportamientos similares a los representados en la figura 3. Allí puede verse que aquella firma que exige inicialmente un precio más bajo comienza a elevarlo, mientras que las restantes se embarcan en una veloz carrera a alcanzarlo. La explicación de este comportamiento es relativamente inmediata. La configuración inicial de conexiones entre las firmas y los clientes provoca que, en muy poco tiempo, cada vez más clientes se informen acerca de la existencia de una firma que vende el producto deseado en un precio sustancialmente menor al que se encuentran enfrentando en ese instante. De esta manera, cada vez más clientes empiezan a verse motivados a incrementar su radio de información para alcanzar a esta firma. Este proceso conlleva el traspaso de clientes de las firmas que venden más caro a la que venden más barato, hasta llegar a la que exige un precio mínimo. Esta última comienza a recibir cada vez más clientes, con lo cual encuentra incentivos para incrementar su precio, mientras que las restantes observan una acelerada pérdida de sus clientes, viéndose obligadas a reducir drásticamente sus exigencias.

Esta dinámica continúa en la medida en que la firma que exigió inicialmente el precio más bajo sigue haciéndolo. Sin embargo, cuando otra firma la alcanza en su carrera, comienza a tener lugar una guerra por los clientes. De esta manera, pueden llegar a observarse breves ciclos de subas y bajas alternadas en los precios de las dos firmas, la cual termina resolviéndose indefectiblemente en una competencia de precios bajos. Al mismo tiempo, las restantes firmas continúan recortando sus precios hasta alcanzar a estas dos firmas que entraron en guerra. Consecuentemente, todas ellas entran en una espiral de baja de precios, que termina a la larga en la exigencia de un precio asintóticamente nulo a sus clientes⁷.

Si bien en términos numéricos la igualación de precios se da tendencialmente en cero, es conveniente destacar que esto es consecuencia directa de haber asumido que el precio pertenece a un conjunto sin “átomos”⁸. De esta manera, la probabilidad de que varios precios converjan a un valor estrictamente positivo es cero, cosa que no ocurre con el precio nulo. Sin embargo, la dispersión de precios comienza a ser prácticamente inexistente bastante antes de alcanzar dicho valor, aunque a un nivel bastante por debajo que el menor precio existente al momento inicial⁹.

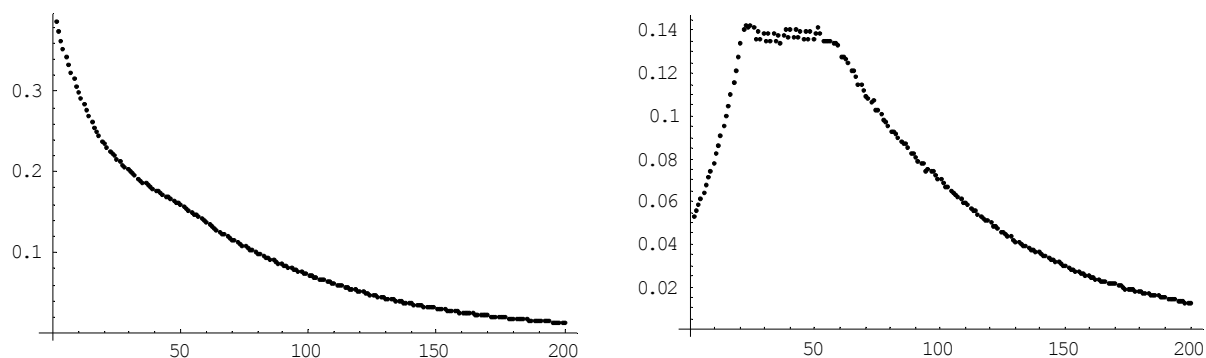


Figura 3. Trayectorias del precio medio (izq.) y del precio mínimo (der.) en una simulación representativa.

Es interesante observar la evolución de los vecindarios de los clientes. Exceptuando ciertos casos particulares de los cuales hablaremos más adelante, el radio medio no necesariamente converge, y si lo hace, se ubica en un valor claramente superior al radio mínimo (usualmente se consideró $m = 1$, de modo que los consumidores consideran siempre vecindarios de al menos tres firmas).

Los clientes, al encontrarse obligados a comprar, tienen como único mecanismo activo para intentar procurarse un precio más bajo la búsqueda del mismo mediante el incremento de su radio de información. Es por esta razón que el radio medio presenta un fuerte salto en el instante posterior a la entrada en funcionamiento del proceso. El límite al cual el radio medio se aproxima a medida que transcurre el tiempo depende fundamentalmente del coeficiente β que define el interior del vecindario de un cliente.

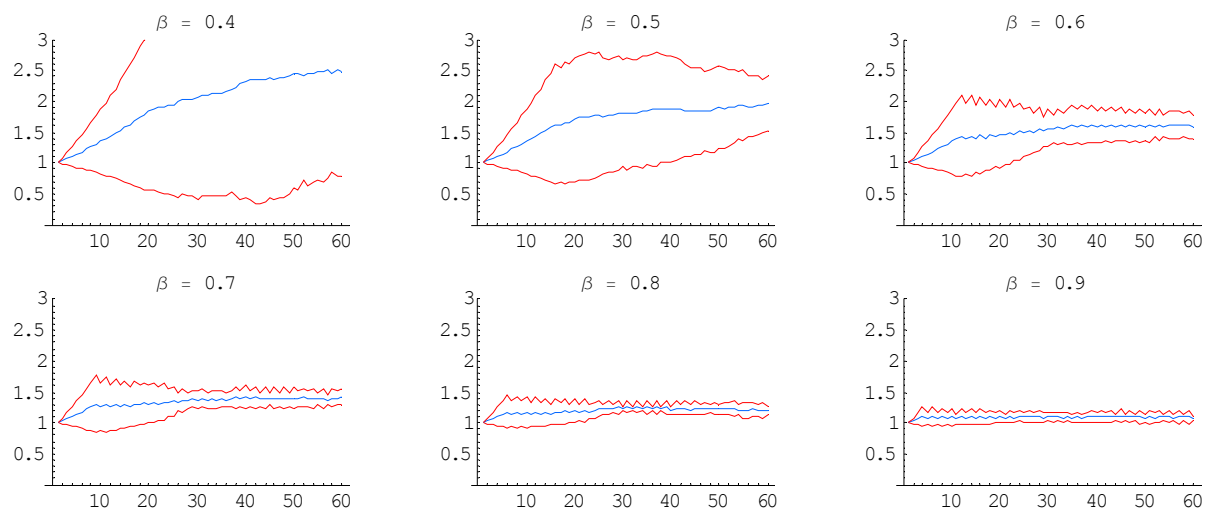


Figura 4. Trayectoria del radio medio (azul) y bandas de dos desvíos estándar (rojo) de simulaciones para distintos valores de β .

Lo que se observa a partir de las simulaciones realizadas es que, cuando se aumenta el valor del coeficiente que define el interior de un vecindario tiende a su valor máximo, los radios de los clientes se aproximan asintóticamente al mínimo permitido. En la medida que el valor de este parámetro disminuye, el radio medio crece de manera explosiva, como así también su dispersión. La explicación de esto se basa en que si los clientes consideran que una mayor parte de su vecindad corresponde a la frontera (un mayor β), la propensión a reducir su radio de información es menor, con lo que aumenta la probabilidad de que la dispersión se mantenga en niveles elevados¹⁰.

Como era esperable, la velocidades de ajuste de los precios de las firmas tienen un impacto relativamente menor sobre la dinámica de los radios informativos, aunque sí influyen de manera significativa en la velocidad de convergencia de los precios. Sin embargo, como se aprecia en la figura 5, el parámetro β que gobierna la dinámica de los radios informativos, afecta la trayectoria del precio medio (un mayor valor aumenta los tiempos de convergencia y reduce la dispersión).

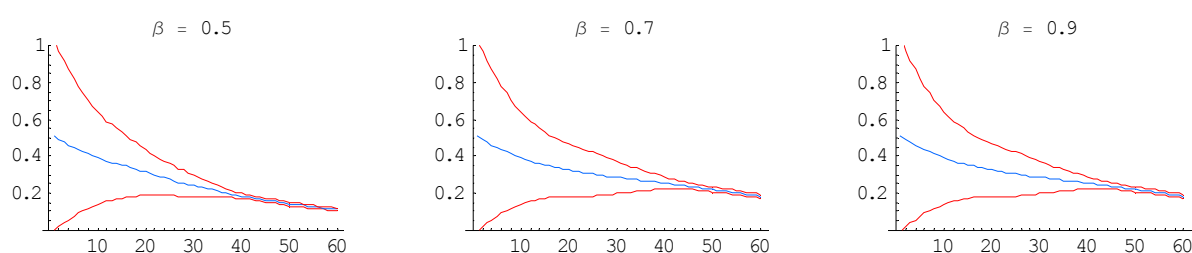


Figura 5. Trayectoria del precio medio (azul) y bandas de dos desvíos estándar (rojo) de una simulación para distintos valores de β .

Es interesante analizar el caso extremo en el cual se fijan inicialmente los precios y los radios de manera tal que sean iguales. Bajo esta configuración de parámetros los precios exigidos por las firmas crecen sin límites desde el momento inmediato posterior a la puesta en marcha del sistema, no observándose modificaciones en la estructura de relaciones cliente-firma. Esta dinámica tiene una explicación razonable en términos del modelo: las firmas, al fijar todas el mismo precio, no corren riesgos de perder clientes. La cantidad de ventas realizada por cada firma provoca que, en el período siguiente, aumente el precio; pero como el coeficiente de ajuste es el mismo para todas, terminan incrementando el precio en igual grado, con lo cual el precio medio sube manteniéndose nula la varianza. De esta manera, los clientes se encuentran obligados a pagar el precio que sea a ella, ya que no hay ninguna que le asegure un precio más bajo¹¹. En esta situación, el cliente no tiene ningún incentivo a incrementar su radio de información, ya que todas las firmas consultadas le piden el mismo precio.

Resulta evidente que, en esta situación, el coeficiente que define el interior del vecindario de un cliente tiene impacto nulo en el desenvolvimiento de la estructura de relaciones. De esta manera, en un contexto de precios iniciales ya igualados, es natural que el tamaño de las vecindades de los clientes se reduzcan al mínimo, ya que un radio mayor representaría para él un costo innecesario¹².

Claramente, esta dinámica tiene un supuesto crucial: el cliente no puede decidir no comprar. Si al cliente se le permitiera tal posibilidad, la pérdida de compradores se daría en términos de sistema, con lo cual la pérdida de ventas por parte de una firma no se corresponde necesariamente con un aumento en otra. Una cota natural al crecimiento de los precios se encontraría determinada por la riqueza per cápita de los consumidores. De esta manera, con un ingreso limitado, si el precio del bien superara determinado valor, el cliente se vería obligado a no llevar a cabo la transacción, provocando así su salida del sistema.

En términos de nuestro trabajo, podemos interpretar que el sistema modelado tiene la propiedad de que si inicialmente se encuentra conformado un mercado, el mercado se mantiene en el tiempo y la ausencia de dinámica de mercados se refleja en comportamiento colusivo y aumento indefinido de los precios. A partir de este análisis, surgen dos líneas directas de investigación:

- Analizar la continuidad del efecto (*i.e.* estudiar si precios levemente dispersos también producen este fenómeno)
- Analizar si el efecto se reproduce a nivel local (*i.e.* si un acuerdo colusivo en un vecindario de firmas reproduce la tendencia alcista de los precios, aunque sea a nivel local)

Para analizar lo primero, realizamos simulaciones múltiples utilizando reescalamientos de un mismo vector inicial de precios. Dado un p_0 tomado de una distribución uniforme en $(0,1)$, definimos $p_0(\sigma) := 1 - \sigma \times p_0$. Para $\sigma = 0$, este vector nos da la condición inicial del caso de precios idénticos recién comentado. Para $\sigma \in (0,1)$, obtenemos una distribución uniforme $(1 - \sigma, 1)$, pero con la misma estructura de realizaciones. Esto simplifica la comparación de las trayectorias y garantiza que las diferencias no son debido a realizaciones estocásticamente diferentes de las condiciones iniciales.

Una primera aproximación con $\sigma \in \{0, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\}$ arrojó indicios de que $\sigma = 0$ es una bifurcación del sistema dinámico¹³. En la figura 6, mostramos los casos $\sigma \in \{0, 0.1, 0.2\}$.

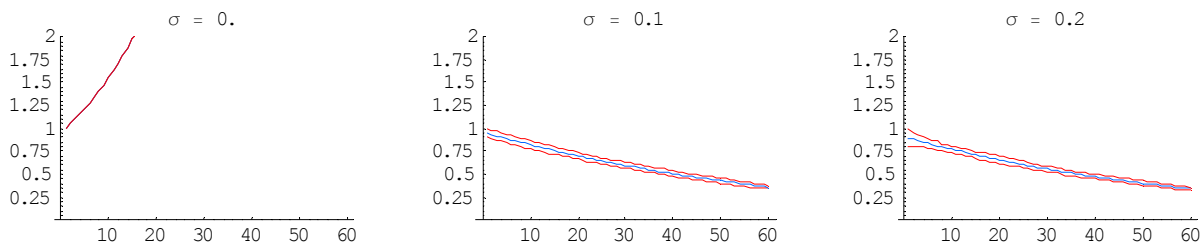


Figura 6. Trayectoria del precio medio (azul) y bandas de dos desvíos estándar (rojo) para distintas dispersiones del vector inicial de precios.

Es interesante observar la dinámica de radios asociada.

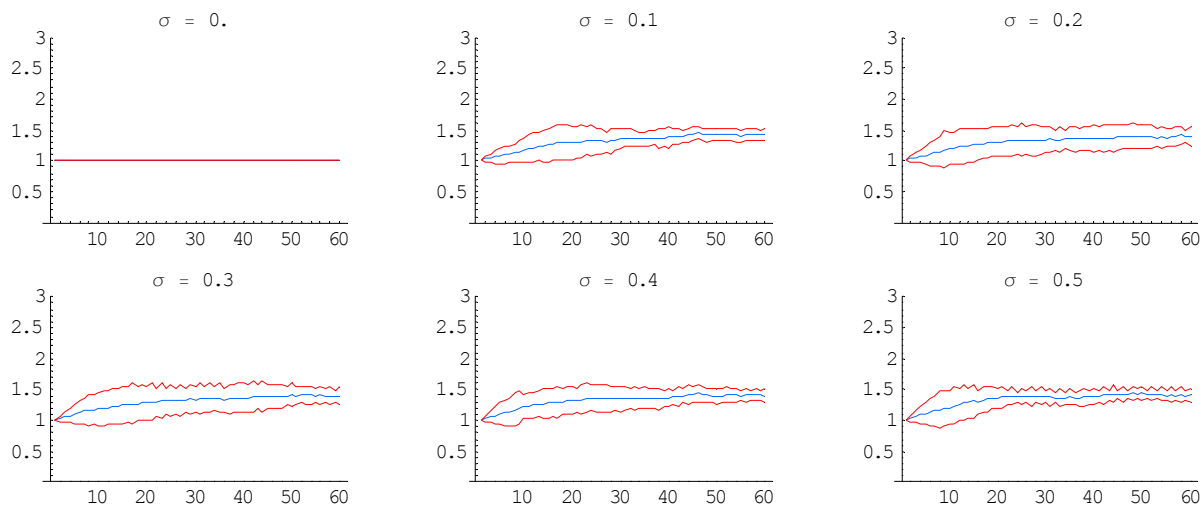


Figura 7. Trayectoria del radio medio (azul) y bandas de dos desvíos estándar (rojo) para distintas dispersiones del vector inicial de precios.

Como puede observarse en la figura 7, los radios son siempre mínimos en el caso de condiciones iniciales idénticas y presentan una dinámica estable inicialmente ascendente en los demás casos.

Esa evidencia sirva para conjeturar que el comportamiento del sistema tiene una discontinuidad en $\sigma = 0$. Sin embargo, el paso sobre σ utilizado aquí es muy grande, por lo que resulta necesario precisar bastante más el análisis. Para esto, realizamos 101 simulaciones que cubren la grilla $\sigma \in \{0, 0.001, 0.002, \dots, 0.01\}$. En la figura 8, se presentan los resultados:

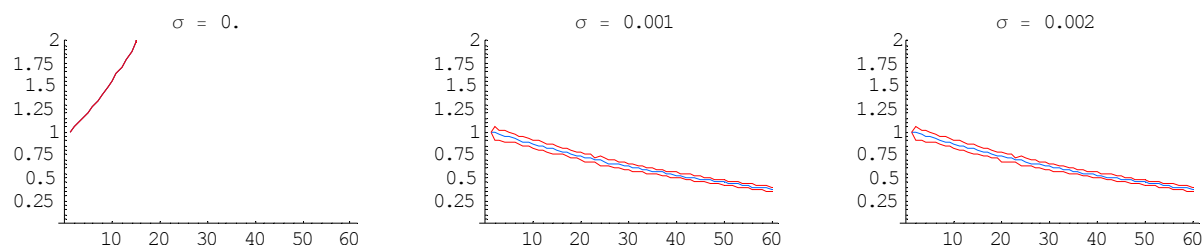


Figura 8. Trayectoria del precio medio (azul) y bandas de dos desvíos estándar (rojo) para valores pequeños del parámetro de dispersión σ .

Esta aproximación refuerza la hipótesis de que efectivamente, el sistema presenta un cambio brusco de comportamiento en $\sigma = 0$. En términos de dinámica económica, podríamos decir que la trayectoria colusiva no es estructuralmente estable, en el sentido de que requiere que el parámetro de dispersión sea exactamente igual a cero.

Aún considerando este resultado, es posible que sea suficiente con “zonas de colusión perfecta” para generar dinámicas (locales) de precios ascendentes. Para analizar esta cuestión, procedimos a simular el sistema con un grupo de precios iniciales aleatorios en el intervalo $(0,1)$ y un grupo de precios iniciales fijados en $1/2$. Los conjuntos de firmas asociados a ambos grupos de condiciones iniciales se tomaron conexos.

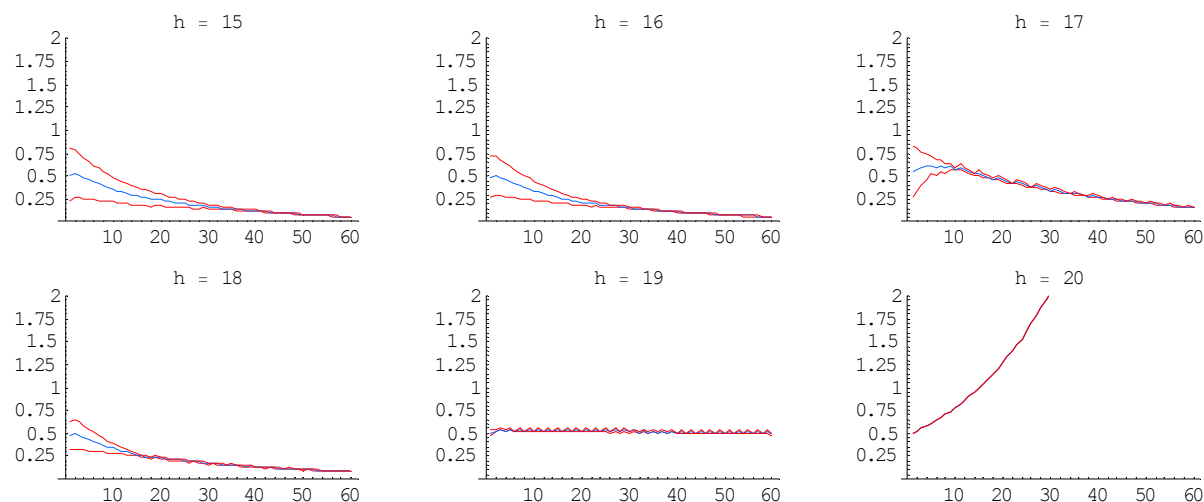


Figura 9. Trayectoria del precio medio (azul) y bandas de dos desvíos estándar (rojo) de una simulación con diferente cantidad de firmas iniciándose con el mismo precio de oferta.

Los resultados de la figura 9 muestran la dinámica explosiva del precio medio requiere la homogeneidad global de los precios iniciales y no se reproduce a nivel local.

De esta manera, con los ejemplos aquí considerados, se observa que la convergencia de un conjunto de relaciones cliente-firma a un mercado no es otra cosa que un proceso mediante el cual los clientes en su conjunto “aprenden” procedualmente a utilizar de manera relativamente eficiente información costosa acerca de la variedad de precios existentes. Más allá de la positividad del umbral, ni el tamaño inicial de los radios de información ni su distribución inicial tienen un efecto determinante en la conformación del mercado. En este sentido, la distribución asintótica de los diferentes vecindarios no es otra cosa que un reflejo de la estructura informativa que soporta el mercado que emerge al ejecutarse el sistema.

5. Asignaturas pendientes e ideas para futuras investigaciones

El modelo desarrollado en el presente trabajo admite varias extensiones relativamente directas que pueden generar resultados interesantes. Adicionalmente, existen ciertas modificaciones más radicales, que no pudimos ni siquiera explorar hasta el momento.

En primer lugar, sería interesante investigar el efecto de modificar las proporciones relativas de consumidores y firmas. Esto permitiría ver si la simetría juega algún rol relevante en el modelo analizado, pero fundamentalmente permitiría considerar un conjunto mucho más rico de dinámicas de ajuste de precios.

Además, nos gustaría analizar los efectos de introducir asimetrías en las tasas de ajuste de los mecanismos dinámicos. En numerosas situaciones, puede argumentarse que las firmas son más proclives a revisar sus precios hacia arriba que hacia abajo y, en todo caso, ignoramos que existan motivos para suponer que ambos ajustes se realizan a la misma velocidad. Aunque algo más complicado de implementar e interpretar, también puede resultar interesante introducir heterogeneidades entre firmas en cuanto a sus velocidades de ajuste.

En este trabajo, no pudimos profundizar el estudio de las conexiones entre los mercados. En particular, el hecho de que no encontráramos conformaciones asintóticas complejas (*i.e.* diversos mercados) impidió que pudiésemos contar con materia prima para iniciar un estudio de las relaciones entre los subsistemas de esas conformaciones. Tampoco profundizamos demasiado el análisis de las conexiones dentro del estado asintótico. Típicamente, al ser la dinámica globalmente convergente, la única observación relevante es que el radio asintótico suele ser superior al mínimo.

Claramente, una dimensión infinitamente extensible de este trabajo es la política de precios de la firmas. En nuestro modelo canónico, la decisión de fijar un precio diferente para un período determinado depende únicamente de que las ventas realizadas en el período anterior hayan caído en un umbral previamente definido. Sin embargo, es posible considerar, por ejemplo, que las firmas tengan en cuenta no sólo las ventas del período pasado, sino una historia determinada en la evolución de su desempeño. Tal comportamiento podría abrir la posibilidad de evoluciones cíclicas en el precio medio.

En un nivel aún mayor de complejidad, también sería posible considerar situaciones en las cuales la cantidad de firmas no permanezca constante durante el desarrollo del proceso, como así tampoco su poder sobre los clientes. Las razones pueden ser de lo más diversas, como por ejemplo muerte y nacimiento, fusiones e innovaciones, etc. La desaparición de firmas es posible incorporarla de manera tal que dependa de la evolución del desempeño de la misma. En este sentido, podría considerarse que una firma que no ha concretado una determinada cantidad mínima de ventas, podría en un momento determinado considerar salirse del sistema. Esta extensión podría generar dinámicas interesantes que seguramente dependerán de cómo se reparten los clientes de la firma desaparecida entre las sobrevivientes. En esta situación, la convergencia a un precio único no es tan obvia y, en caso de darse, no es descabellado pensar que la misma se dé en un precio positivo.

Las nuevas firmas podrían aparecer interponiéndose entre dos adyacentes que presentan fuertes diferencias de precios. En un principio, es lógico pensar que tal situación contribuya a una igualación de precios más rápida. Sin embargo, si tal posibilidad se considera conjuntamente con la muerte de firmas, es posible imaginar una especie de ciclo en los negocios, es decir que existan períodos relativamente extensos de gran cantidad de firmas seguidos por otros con un número reducido de éstas. En caso de darse esta situación, sería interesante analizar si este comportamiento se amplifica o se modera en el tiempo. Más interesante aún sería dotar a las nuevas firmas con una dinámica de precios diferente a las utilizadas por las firmas desaparecidas, con lo cual podría surgir un nuevo nivel de aprendizaje, esta vez liderado por las firmas o bien el surgimiento de modas.

Las decisiones de inversión o innovación por parte de las empresas podrían considerarse como un mecanismo para ganar poder de mercado. De esta manera, las consecuencias de tales decisiones impactarían tanto en la cantidad de clientes como en las posibles políticas de precios que pueda tomar. Estas decisiones podrían originarse a partir de una ecuación de beneficios, la cual dependería de consideraciones tanto de corto como de largo plazo. Con respecto a estas últimas, sería posible pensar que una empresa que ha sobrevivido una cantidad determinada de tiempo se encuentre más confiada acerca de su desempeño futuro, lo cual la haría considerar resignar beneficio presente a favor de ingreso futuro, estimación que podría realizarse a través de un mecanismo adaptativo. Es esperable que un comportamiento de este tipo por parte de las firmas contribuya también a fusiones, con lo cual es posible que, luego de un largo proceso de baja de precios y desaparición de firmas, le siga uno de suba persistente de precios con una cantidad relativamente baja de empresas.

Pasando al comportamiento específico de los clientes, podríamos pensar en incorporar jerarquías en la calidad de las relaciones cliente-firma. Formalmente, esto se representa utilizando matrices relacionales no binarias. La intensidad de estas relaciones tendría su propia dinámica e influiría sobre el resto de las dinámicas y sobre los mecanismos de determinación de las transacciones efectivas. Por ejemplo, sería posible incorporar la figura del "cliente fiel", es decir clientes que toleren pequeñas subas de precios por un período de tiempo determinado a pesar de la existencia de empresas de su entorno que le exijan menos por el bien que desea. En esta situación, el resultado final podría generar una estructura de relaciones bastante fuerte con posibles diferencias de precios, las cuales no resulta esperable que sean muy grandes, pero sí que sean persistentes en el tiempo. También sería posible considerar que este "cliente fiel" sea consecuencia de una política de precios por parte de las firmas, como por ejemplo aplicación de descuentos o tratamientos diferenciales de aquellos que han sido clientes de la misma durante un determinado período de tiempo. Es claro que de esta forma, una misma firma podría potencialmente participar en varios mercados. Además, en esta situación, las políticas de precios diferenciales podrían provocar la fragmentación del sistema, induciendo una configuración en la cual una firma se encuentra rodeada de una determinada cantidad de clientes que le es cliente incondicional.

También podría resultar interesante estudiar el caso opuesto al anterior: la firma no tiene manera de identificar a los compradores, a pesar de que estos son diferentes en su propensión a tolerar subas de precios. En esta situación, podríamos considerar que, si bien el anonimato debería contribuir a una rápida igualación de precios, la firma podría revertir esta tendencia al intentar por distintos medios poder identificar a sus clientes por ingreso u otra proxy. De esta manera, mediante un proceso de aprendizaje, las firmas tratarían de apuntar a segmentos con ingresos diferenciales, pudiéndose dar un conjunto de mercados fragmentados tal que las particiones resultantes dependan únicamente del ingreso inicial de los clientes. El estudio de este caso viz a viz el anterior permitiría investigar cuál es el grado de importancia del anonimato y la ausencia de las relaciones extramercantiles entre clientes y firmas en la formación mercados.

En realidad, existe un galería inmensa de dinámicas alternativas no exploradas. Para nombrar algunas más que consideramos estudiar:

- El ajuste de vecindarios podría realizarse según la volatilidad. Podría pensarse que los agentes estiman la probabilidad de encontrar un precio bajo fuera de su vecindario a partir de la varianza de los precios observada en su vecindario. De esta forma, contextos más volátiles inducen más búsqueda (del mismo modo que una opción suele aumentar su valor cuando aumenta la varianza del proceso subyacente).
- Modelar explícitamente el trade-off entre el esfuerzo de búsqueda versus mejora esperada en el precio.
- Modificar el mecanismo de ajuste de precios, relacionando transacciones efectivas y transacciones potenciales en lugar de la razón entre clientes y vecinos.
- Introducir un mecanismo de ajuste de precios según la participación en el mercado (considerando como tal los porcentajes endógenos al número de firmas que son consultadas por la cartera de la firmas).

6. Conclusiones

En este trabajo, hemos intentado construir un modelo extremadamente simple que permita estudiar dinámicas de difusión de precios. En particular, nos hemos concentrado en representar una dinámica de búsqueda para los consumidores y una dinámica de fijación de precios basada en la relación entre consultas y compras para las firmas. Los resultados nos indican que la dinámica elegida es predominantemente convergente.

Lateralmente, el trabajo representa una guía a través de diversos problemas y decisiones de especificación que eventualmente resulta necesario enfrentar si se intenta modelar este tipo de fenómenos. La elección del dominio de los precios, la especificación del espacio de conexiones y la codificación del estado del sistema son algunos ejemplos.

En este sentido, entendemos el esquema desarrollado como un punto de partida para extender la investigación de este tipo de procesos en diversas dimensiones. Notablemente, no hemos logrado generar aún dinámicas en las que persistan homogeneidades locales en las condiciones iniciales, generando conjuntos límite de más de un elemento. Por esta razón, no hemos podido estudiar la interconexión entre los agentes que soportan distintos puntos límite, lo cuál originalmente constituía una meta importante de este trabajo.

Un enfoque metodológico interesante del trabajo es que, para determinar ciertas cuestiones, hemos utilizado técnicas econométricas para estudiar los paneles generados por simulación y poder sacar conclusiones más robustas que las que surgen de simplemente considerar algunas realizaciones. Consideramos que esto será de fundamental importancia para estudiar las relaciones entre la distribución inicial de condiciones iniciales y los distintos puntos límites, si alguna modificación de este modelo es capaz de generar varios mercados asintóticos.

APÉNDICE

En este apéndice presentamos una fracción del código con el que se generaron las simulaciones en las que se basa este trabajo. Todo el código está programado en *Mathematica 5*.

Las siguientes líneas definen funciones que implementan una versión ligeramente más general que la presentada del modelo descrito formalmente en la sección 3.

```
DistanciaMod[a_, b_, n_] := Mod[Min[Mod[a-b-1, n], Mod[b-a-1, n]]+1, n];
Vecindario[i_, r_] := Union[Table[Mod[i+j-1, n]+1, {j, -Floor[r], Floor[r]}]];
Cartera[j_, R_] := Select[Range[n], MemberQ[Vecindario[#, R[[#]]], j]&];
FirmasPrecioMinimo[S_List, P_] := Select[S, P[[#]] == Min[Map[P[[#]]&, S]]&];
Proveedores[i_, r_, P_] := FirmasPrecioMinimo[Vecindario[i, r], P];
Clientes[j_, P_, R_] := Select[Range[n], MemberQ[Proveedores[#, R[[#]], P], j]&];
Modelo[P0_, R0_, k_, Δap_, Δbp_, Δar_, Δbr_, m_, β_] :=
  Module[{n, NuevosPrecios, Interior, NuevosRadios, T},
    n = Length[P0];
    NuevosPrecios[j_, P_, R_] :=
      If[Length[Clientes[j, P, R]]/Length[Cartera[j, R]] > 2/3, (1+Δap)P[[j]],
        If[Length[Clientes[j, P, R]]/Length[Cartera[j, R]] < 1/3, (1-Δbp)P[[j]],
          P[[j]]];
    NuevosPrecios[P_, R_] := Table[NuevosPrecios[j, P, R], {j, 1, n}];
    Interior[S_, i_, r_] := TrueQ[Min[Map[DistanciaMod[#, i, n]&, S]] ≤ β r];
    NuevosRadios[i_, P_, R_] :=
      Max[If[Interior[Proveedores[i, R[[i]], P], i, R[[i]]],
        (1-Δbr)R[[i]], (1+Δar)R[[i]], m];
    NuevosRadios[P_, R_] := Table[NuevosRadios[i, P, R], {i, 1, n}];
    T[{P_, R_}] := {NuevosPrecios[P, R], NuevosRadios[P, R]};
    NestList[T, {P0, R0}, k];
```

Las siguientes líneas definen funciones que permiten estudiar estadísticamente las historias y paneles que resultan de la simulación.

```
Estadistica[H_] := Chop[Transpose[Map[{Mean[#], StandardDeviation[#], Max[#],
  Min[#]}&, H, {2}], {3, 1, 2}]];
Estadistica[H_, s_] := Chop[Transpose[Map[{Mean[#], StandardDeviation[#], Max[#],
  Min[#]}&, Table[H[[t]], {t, 1, Length[H]}, s], {2}], {3, 1, 2}]];
Truncar[s_List, crit_] := Take[s, Min[Join[Flatten[Position[s, _?(crit[#]&), 1]],
  {Length[s]+1}]]-1]
```

NOTAS

¹ Según [Debreu 1959] “una mercancía es un bien o servicio completamente especificado física, temporal y espacialmente.” Si esta definición es llevada al extremo, el concepto de mercado se vuelve un tanto estéril. Matemáticamente, debemos reconocer que los mercados se conforman sobre clases de equivalencia del conjunto de “bienes-Debreu”. El problema es que definir estas clases de equivalencia de un modo no arbitrario es imposible (revelando, a nuestro juicio, el carácter no analítico del par conceptual mercado-mercancía).

² Si dos recipientes comunicados forman un sistema cerrado que contiene un único líquido, cualquier punto de la superficie del líquido tiende a estar al mismo nivel. Si esto no fuera así en un momento dado del tiempo, un teorema de Evangelista Torricelli (1608-1647) nos permite modelar la dinámica resultante y mostrar que existe una tendencia hacia la igualación de los niveles. Es decir, se produciría una suerte de “arbitraje hidrodinámico” que conduciría a un estado de reposo.

³ Nótese que esto no necesariamente implica que sólo existe intercambio en equilibrio. Justamente, pensamos que las dificultades para definir sistemas en los que se produzca intercambio en desequilibrio, reflejan parcialmente la complejidad que entraña definir un mercado en un contexto pre-mercantil.

⁴ [Potts 2000] argumenta que la afirmación de que no todo se conecta con todo (la “no integralidad del espacio económico”) puede considerarse un tema unificador de diversos enfoques heterodoxos. De todas formas, debemos señalar que los enfoques estándar reconocen este hecho al restringir fuertemente el conjunto de factores involucrados. Ambos argumentos no son inconsistentes y la síntesis que puede elaborarse es que los enfoques estándar tienden a usar espacios relativamente integrales para representar los factores que decidieron considerar.

⁵ Este concepto podría verse como una aplicación de la idea de “integralidad” descrita en [Potts 2000].

⁶ Técnicamente, requerimos que el parámetro m no sea demasiado grande. De otra forma, podría no existir ningún radio entero en $[m, n/2)$.

⁷ El análisis econométrico de los paneles de datos generados al simular repetidamente una misma especificación con diferentes condiciones iniciales revela que no es estadísticamente cierto que aquella empresa que comienza el menor precio continúe haciéndolo en cualquier momento del tiempo, aunque sí la dispersión de precios observada en un momento dado depende de la distribución de los mismos en el momento inicial.

⁸ En matemática, la idea de “átomo” es relativa a una medida. Un espacio de medida tiene un “átomo” en un punto si el conjunto unipuntual formado por ese punto tiene medida positiva y es “carente de átomos” si ningún ninguno de sus puntos es un átomo. En Economía, este concepto se ha utilizado típicamente para modelar conjuntos de agentes competitivos.

⁹ Es de esperar que en un contexto de precios discreto, tal igualación se dé en un precio bajo no nulo, cosa que seguramente dependerá de las tasas de ajuste de los precios de las firmas y del retículo que se utilice como conjunto de precios admisibles.

¹⁰ Todo este análisis tiene en cuenta que el valor mínimo que pueden alcanzar los radios es 1. Si por el contrario se permitiera que los mismos pudieran tomar un valor mínimo igual a 0, lo que se observa es una convergencia a este mínimo para cualquier velocidad de ajuste de precios y radios, mientras que los precios crecen indefinidamente.

¹¹ Esta situación puede darse como consecuencia de un acuerdo de precios entre la totalidad de las firmas. En un contexto de información costosa para los clientes y suponiendo que el bien en cuestión es absolutamente necesario para la subsistencia del consumidor, las firmas pueden decidir vender sus productos al mismo precio para luego aumentarlo de manera sistemática a la misma tasa. De esta manera, una vez iniciado el proceso, las firmas aumentan sus precios sin peligro de perder sus clientes, a costa del ingreso de estos últimos, que en cada momento del tiempo debe pagar más por la unidad de bien que necesita para subsistir.

¹² En términos del modelo, este caso presenta una situación interesante: el proceso de igualación de precios, si el mismo fuera alcanzado en un valor positivo, no sería otra cosa que un paso previo a una dinámica de explotación de los consumidores por parte de las firmas.

¹³ Estrictamente, el uso del término “bifurcación” es impropio puesto que estamos analizando el espacio de condiciones iniciales. En teoría de los sistemas dinámicos, el término se reserva para un punto del espacio de parámetros en el que el sistema no es topológicamente equivalente a los sistemas asociados a parámetros “vecinos”. Esta inadecuación implica la inadecuación en el uso del término “inestabilidad estructural”. Sin embargo, ignoraremos estas distinciones puristas y procederemos como si los conjuntos de condiciones iniciales admisibles estuviesen parametrizados por σ . En cualquier caso, esto puede racionalizarse pensando en que existe una “dinámica a tiempo cero” que determina “estructuralmente” el grado de dispersión de las condiciones iniciales.

BIBLIOGRAFÍA

- [Alchian 1953]
Alchian, A. "Biological Analogies and the Theory of the Firm: Comment". *The American Economic Review*, vol.43, no.4, sept. 1953.
- [Arrow-Hahn 1971]
Arrow, K. J. y Hahn, F. H. *General Competitive Analysis*. North-Holland, 1971.
- [Brock-Malliaris 1982]
Brock, W. A. y Malliaris, A. G. *Stochastic Methods in Economics and Finance*. North-Holland, 1982.
- [Chichilnisky 1999]
Chichilnisky, G (editora). *Topology and Markets*. American Mathematical Society, 1999.
- [Davis-Gaylord 1999]
Davis, J. S. y Gaylord R. "Modeling Nonspatial Socioeconomic Interactions. An Agent Based Approach". *Mathematica in Education and Research*, vol.8, no.2, pp.30-39, 1999.
- [Day 1994]
Day, R. *Complex Economic Dynamics*. Volumen I. MIT Press, 1994.
- [Debreu 1959]
Debreu, G. *Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. John Wiley & Sons. New York, 1959.
- [Doob 1953]
Doob, J. L. *Stochastic Processes*. John Wiley, 1953.
- [Hayek 1945]
Hayek, F. A. von. "The use of knowkloedge in society". *The American Economic Review*, vol.35, no.4, pp.519-530, sept. 1945.
- [Georgescu-Roegen 1971]
Georgescu-Roegen, N. *The Entropy Law and the Economic Process*. Harvard University Press, 1971.
- [Friedman 1953]
Friedman, M. *Essays in Positive Economics*. University of Chicago Press, 1953.
- [Friedman-Friedman 1979]
Friedman, M. y Friedman, R.,. *Libertad de Elegir*. Ediciones Orbis, 1979.
- [Leijonhufvud 1981]
Leijonhufvud, A. *Information and Coordination. Essays in Macroeconomic Theory*. Oxford University Press, 1981,
- [Ljungqvist-Sargent 2000]
Ljungqvist, L. y Sargent, T. J. *Recursive macroeconomic theory*. MIT Press, 2000.
- [Loève 1963]
Loève, M. *Probability Theory*. Van Nostrand, 1963.
- [MasColell-Whinston-Green 1995]
Mas-Colell, A., Whinston, M. D. y Green, J. R. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.
- [Marx 1867]
Marx, K. *Capital. A Critique of Political Economy*. Vol. I. Penguin Books, 1976 (1867).
- [Munkres 2000]
Munkres, J. R. *Topología*. Prentice Hall, 2000.
- [Nelson-Winter 1982]
Nelson, R. y Winter, S. G. *An evolutionary theory of economic change*. Harvard University Press, 1982.
- [North 1990]
North, D. *Instituciones, Cambio Institucional y Desempeño Económico*. Fondo de Cultura Económica, 1995.
- [Potts 2000]
Potts, J. D. *The New Evolutionary Microeconomics. Complexity, Competence and Adaptive Behaviour*. Edward Elgar, 2000.
- [Robertson-Taylor 1957]
Robertson, H. M. y Taylor, W. L. "Adam Smith's Approach to the Theory of Value". *The Economic Journal*, vol. 67, no. 266, págs. 181-198, junio 1957.
- [Rubin 1979]
Rubin, I. I. *A History of Economic Thought*. Pluto Press, 1979.
- [Samuelson 1983]
Samuelson, P. A. *Foundations of Economic Analysis*. Edición aumentada. Harvard University Press, 1983.
- [Sargent 1993]
Sargent, T. J. *Bounded Rationality in Macroeconomics*. Edición aumentada. Oxford University Press, 1993.
- [Schuschny 2000]
Schuschny, A. R. *Autoorganización en Sistemas Económicos*. Tesis doctoral, Universidad de Buenos Aires, 2000.
- [Screpanti-Zamagni 1997]
Screpanti, E. y Zamagni, S. *Panorama de Historia del Pensamiento Económico*. Ariel, 1997.
- [Smith 1776]
Smith, A. *An Inquiry Into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. The Electric Book Company, 1998 (1776).
- [Vromen 1995]
Vromen, J. J. *Economic evolution. An enquiry into the foundations of new institutional economics*. Routledge, 1995.
- [Weiss 1999]
Weiss, G. (editor). *Multiagent Systems. A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence*. MIT Press, 1999.
- [Wiener 1948]
Wiener, N. *Cybernetics. Or Control and Communication in the Animal and the Machine*. The Technology Press (MIT), 1948.